

パターン識別のための錐制約部分空間法

小林 匠^{†,††a)} 大津 展之^{†,††}

Cone-Restricted Subspace Method for Pattern Classification

Takumi KOBAYASHI^{†,††a)} and Nobuyuki OTSU^{†,††}

あらまし 一般にパターン認識では、特徴ベクトルは非負制約を受けることが多く、そのような性質を持つ分布は原点を頂点とする錐として表現される。そこで、新たなパターン識別方法として錐制約部分空間法を提案する。提案手法では、部分空間法と同様に錐の方向に沿ったスケール倍や加法などの特徴ベクトルの広い変動を許容する一方で、原点周りの広がりを錐により精度よく近似することで識別性能の向上が図られる。また、部分空間法と異なり次元の設定が容易（不要）となる。本論文では、サンプルの張る厳密な凸錐、それを近似する包括凸錐および円錐による3つの手法を提案する。さらに分布の多峰性に対応するために、von Mises-Fisher 分布を利用した新たなクラスタリング手法を提案する。顔及び人検出の実験に提案手法を適用することによりその有効性を確認した。

キーワード パターン識別方法，錐，部分空間法，von Mises-Fisher 分布，Mean Shift 法

1. ま え が き

パターン認識では、認識に本質的な対象の構造を反映した特徴（ベクトル）を抽出することが重要となるが、得られた特徴を効果的に識別することも同様に重要となる。つまり、入力パターンにおける本質的な情報を抽出しつつ、本質的でない各種変動に対しては不変性を保つ認識・識別処理を行うことが必要とされる。ここでの本質的でない変動とは認識課題などにより変わりうるが、パターンの変動分布の形を仮定することで、様々な識別手法を構築することができる。

パターン識別手法の一つとして部分空間法 [1] が広く適用されてきた。これは古くは複合類似度法 [2] から、入力を特徴ベクトル集合とした場合の相互部分空間法 [3]、制約相互部分空間法 [4] など、特に日本において発展を遂げてきた手法である。部分空間法ではパターン変動を線形空間と仮定している。実際に変動が線形空間となる例としては、顔認識における照明変

動 [5]、加法性をもつ特徴量 [6] など実問題に多く見られる。そのため、顔認識 [4] や異常行動の検出 [7] において部分空間法は良好な識別性能を示している。

部分空間法はパターンの線形変動を許容する大きなロバスト性を有しているが、これはパターン変動の近似という観点からは必ずしも好ましいとは限らない。例えば図 1(a) に示されるように、各種変動を受けた特徴ベクトルが部分空間“全体”を覆うことは希であり、実際には部分空間内の一部の領域に分布している。そのため、変動分布域を部分空間“全体”とすることは荒い（広すぎる）近似と言える。さらに部分空間の次元の取り方も重要となる。パターン分布はその部分空間内において次元毎に異なる大きさの変動（分散）を持つ。しかし部分空間法において、ある次元を採用することはその次元での変動の大きさを無視して当該次元の空間を（変動が小さくとも）全て近似に用いることを意味している。そのため、採用される次元（数）が識別力に大きく影響を及ぼしてしまう。

これに対して [8] では部分空間内の変動をもマハラノビス距離により統合することで、部分空間法の近似精度の改良を行っている。しかし、ここでも部分空間法と同様に次元の設定が必要となる。また、ガウス分布を仮定しているが、複雑な対象や特徴抽出方法により、分布はより複雑なものとなることも多い。

[†] 産業技術総合研究所，つくば市

National Institute of Advanced Industrial Science and Technology, Tsukuba-shi, 305-8568 Japan

^{††} 筑波大学大学院システム情報工学研究科，つくば市

University of Tsukuba, Graduate School of Systems and Information Engineering, Tsukuba-shi, 305-8574 Japan

a) E-mail: takumi.kobayashi@aist.go.jp

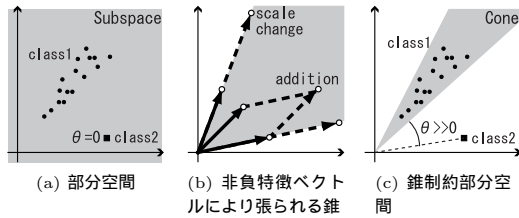


図 1 部分空間と錐
Fig. 1 Subspace and cone

一般に特徴ベクトル(の要素)は非負値をとることが多い。例えば、画像濃淡値などの物理量や SIFT [9] や CHLAC [6] などのヒストグラム値などが挙げられる。この場合には特徴ベクトルはベクトル空間の非負領域にのみ存在しており、次の 2 種の変動を受けることが考えられる。1) ベクトルのスケール変化。照明条件の変化などに起因するピクセル値の変化によりもたらされる。2) ベクトルの加法。画像内に対象が複数存在することなどにより起こる。これらのスケール変化と加法の変動が連続的に作用すると、変動を受けた特徴ベクトル群は空間内で錐形状を成す(図 1(b))。なおここではサンプルは単峰を成すと仮定している。

本論文では部分空間法における問題点を解決するために、新たに錐制約部分空間法を提案する。提案手法は、非負特徴ベクトルの上記の性質に注目し、原点を頂点とする錐形状で複雑なパターン分布も精度良く近似する(図 1(c))。これにより、部分空間法と同様に錐の方向に沿ったスケール変化や加法などの広い変動を許容する一方で、識別性能の向上が期待される。また、部分空間法と異なり、次元の設定が容易(不要)となる。本論文ではサンプルの張る厳密な凸錐、その包括凸錐による近似、円錐による近似の 3 つの手法を提案する。さらに多峰分布に対応するため、新たなクラスタリング手法として von Mises-Fisher 分布を用いた Mean Shift 法を提案する。以下、2. 章では本論文で扱う錐を定義し、3. 章で提案手法の錐制約部分空間法について、4. 章で新たな Mean Shift 法について述べる。5. 章においては、顔や人検出のための認識実験に提案手法を適用し従来手法と比較することでその有効性を検証し、むすびとして 6. 章で結論を述べる。

2. 錐

2.1 定義

特徴ベクトル空間でサンプルが張る凸錐(図 2(a))

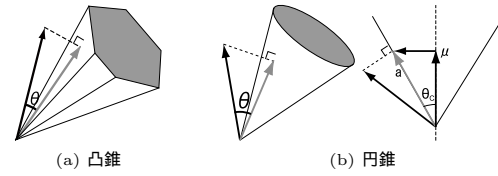


図 2 錐
Fig. 2 Cones

は次のように定義される。

$$C : \left\{ \mathbf{x} \mid \mathbf{x} = \sum_{i=1}^N \alpha_i \xi_i = \Xi \boldsymbol{\alpha}, \alpha_i \geq 0 \right\} \quad (1)$$

ここで、 N はサンプルベクトル $\xi_i (\in R^d)$ の数、 α_i は非負の結合係数である。錐は従来の部分空間 ($\{ \mathbf{x} \mid \mathbf{x} = \sum_{i=1}^N \alpha_i \xi_i \}$) における結合係数に非負制約を付与したものであり、部分空間と同様にスケール変化やベクトルの加法に関して閉じた表現空間となっている。結合係数の非負性は Non-negative Matrix Factorization [10] などにより、近年注目されている特長でもある。ここでの非負性は基底ベクトルの加法のみによりパターン変動が生じることを意味しており、SIFT [9] などのヒストグラム特徴や HLAC/CHLAC [6] などの積和特徴が有する加法性に合致している。このように、サンプル分布は錐により精度よく近似されるため、識別性能の向上が期待される。

2.2 錐への角度

提案手法では、入力ベクトルと錐の成す角度により識別を行う。角度 θ はベクトル \mathbf{y} とその錐 C への正射影ベクトルとの成す角度と定義される(図 2(a))。

$$\begin{aligned} \theta &= \arcsin(\min_{\mathbf{x} \in C} \|\mathbf{y} - \mathbf{x}\| / \|\mathbf{y}\|) \\ &= \arcsin(\sqrt{\min_{\boldsymbol{\alpha} \geq 0} \|\mathbf{y} - \Xi \boldsymbol{\alpha}\|^2} / \|\mathbf{y}\|) \end{aligned} \quad (2)$$

ここで $0 \leq \theta \leq \pi/2$ である^(注1)。これは非負最小二乗法 [11] を適用することで計算することができる。

3. 錐制約部分空間法

式 (2) の角度計算にかかる計算量は、サンプル数 N の増加に従い増大してしまう。その計算量を減少させるため、本論文では 3 つの錐制約部分空間法を提案す

(注1): 非負特徴量など多くの場合で、全てのベクトルの成す角度はこの条件を満たす。

Algorithm 1 Extraction of basis vectors

- 1: サンプル集合 X からランダムに部分集合 X_S を抽出 (その補集合を $X_{\bar{S}}$ とする).
- 2: 各サンプル $x_i \in X_S$ に対して, そのサンプルを除いた凸錐 $C_{S_{\bar{i}}}$ への角度 θ_i を算出 (Leave-one-out 法).
- 3: 閾値 $\theta_{\text{thre}} (\approx 0)$ に対して $\theta_i < \theta_{\text{thre}}$ のサンプルを従属サンプルとして X および X_S から除去.
- 4: サンプル $x_j \in X_{\bar{S}}$ に対して X_S の成す凸錐 C_S への角度 θ_j を算出し, 3) と同様に $\theta_j < \theta_{\text{thre}}$ のサンプルを非独立サンプルとして X から除去.
- 5: 1)~4) を複数回繰り返し, X からの除去サンプルがなければ終了, そうでなければ再び繰り返す.

る. 一つ目はサンプルの張る厳密な凸錐に基づくが, 凸錐の本質的な基底ベクトルを求めることで計算量を削減したもの, 二つ目は厳密な凸錐を近似するより簡単な包括凸錐に基づくもの, 三つ目は厳密な凸錐を近似する円錐に基づくものである.

3.1 厳密な凸錐

サンプル集合 ($X = [x_1, \dots, x_N]$) から, 凸錐を構成する少数の本質的な (独立な) 基底ベクトルを求める. ここで新たに非負線形従属サンプル (以下従属サンプル) を $x_t = X_{\bar{i}} \tilde{\alpha}_i$ ($\tilde{\alpha}_i \geq 0$) と定義すると, 以下の定理が成り立つ. 但し \tilde{i} は t 番目のサンプル (または係数) を除いた集合を表すものとする.

[定理] 従属サンプルを除いても凸錐は不変.

[証明] サンプルが張る凸錐 C において, 従属サンプル x_t を除いた凸錐 $C_{\bar{i}}$ を考えると

$$\begin{aligned} C_{\bar{i}} &= \{x | x = X_{\bar{i}} \alpha_{\bar{i}}, \alpha_{\bar{i}} \geq 0\} \subset C \\ \forall x \in C, x &= X \alpha = X_{\bar{i}} \alpha_{\bar{i}} + \alpha_t x_t \\ &= X_{\bar{i}} (\alpha_{\bar{i}} + \alpha_t \tilde{\alpha}_i) \in C_{\bar{i}} \\ \therefore C_{\bar{i}} &= C \quad \square \end{aligned}$$

定理より, 従属サンプルを除いていくことで最終的に凸錐を構成する基底サンプルのみが残ることがわかる. ここでは従属サンプルの検出・除去のために Leave-one-out の手続きを適用する. 具体的には Algorithm 1 の処理により凸錐の基底ベクトルを得る. これにより式 (2) で用いられるサンプル数が少なくなり, 計算量を大幅に削減することができる.

3.2 包括凸錐

サンプル集合が成す凸錐を, 少数の基底ベクトルから成る包括的な凸錐で近似する. ここで, サンプルベクトルを単位超球面上へ射影することを考えると, サンプル集合 (凸錐) は球面上では凸包を成す. 球面上においてこの凸包を近似する包括凸包は, 主成分分析

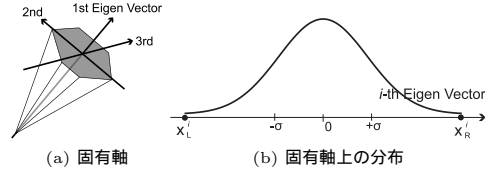


図 3 球面サンプルに対する PCA
Fig. 3 PCA applied to spherical samples

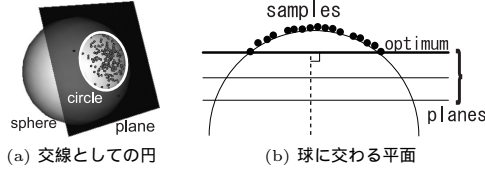
(PCA) を適用することにより求めることができる. まず, サンプルベクトルを正規化により単位超球面上へ射影し ($z_t = x_t / \|x_t\| \in \mathbf{R}^d$), その自己相関行列に PCA を適用する. 得られた固有ベクトルを固有値の大きさに従い降順に並べると, 非負特徴ベクトルなどの多くの場合で第 1 固有ベクトルは原点からの凸錐の方向 (中心) ベクトルとなり, それに直交する第 2 以降の固有ベクトルが超球面上の分布の広がり方向を示す (図 3(a), 証明は付録 1. 参照). そのため, 第 2 以降の各固有軸上で分布を包括する (分布の端点などの) 2 点 (x_L, x_R) を選ぶことで分布を包括する凸包を構成できる (図 3(b)). つまり, 各固有軸 ($i \geq 2$) に対して次の 2 つの基底ベクトルが定まる.

$$\begin{aligned} \xi_{2i-3} &= e_1 + x_L^i e_i = e_1 - k\sqrt{\lambda_i} e_i \\ \xi_{2i-2} &= e_1 + x_R^i e_i = e_1 + k\sqrt{\lambda_i} e_i \end{aligned} \quad (3)$$

ここで e_i, λ_i はそれぞれ第 i 固有ベクトル, 固有値となり, k はスケールパラメータである. 第 1 固有ベクトルが錐の中心ベクトルとなることから, 第 2 以降の固有軸上での分布は原点が中心となり, その分散は固有値 λ_i で与えられることに注意されたい. ここでは, はずれ値の影響を考慮し, 各軸上で標準偏差の k 倍の点を選んでいる. また, PCA において採用する次元数 r は第 2 以降の固有値の累積寄与率 $\eta_i = \sum_{j=2}^i \lambda_j / \sum_{j=2}^d \lambda_j$ に従って決定する. これにより, 包括凸錐の基底ベクトルは $2(r-1)$ 個得られる. サンプルを単位超球面へ射影し, さらに第 1 固有ベクトルに直交する第 2 以降の固有軸上への射影は, 標準化処理 [2] に近い.

3.3 円錐

サンプルの張る凸錐は円錐 (一般には楕円錐) によって近似することができる. ここで円錐は次のように定義される. 3.2 節で述べた超球面上への射影を考えると, 円錐は平面と球面の交線である円 (の内部) で表現される (図 4(a)).


 図 4 円錐
 Fig. 4 Circular cone

$$\{x \mid \mu^T x / \|x\| \geq b\} \quad (4)$$

ここで μ は凸錐の方向ベクトル, $\mu^T x = b$ は球面と交わる平面である. このように円錐は単純に定式化され, これにより後述の角度計算を単純な線形演算を用いて高速に行うことができる. また, 球面上で無限個のサンプルが成す凸包は漸近的に円 (一般には楕円) に近づくことから, 円錐は凸錐の近似表現となる. 平面 $\mu^T x = b$ は以下のように求めることができる.

3.3.1 円錐を定める平面

サンプル分布を円錐 (球面上では円) により近似するが, 一般にその分布は楕円形状を成している. そのため, 近似精度の向上のためには, サンプル分布を等方な分布へと変換する前処理 (白色化) が必要となる. ここでの白色化には 3.2 節で述べた球面上のサンプルに対する PCA を用いる. この PCA により第 2 以降の固有ベクトルが球面上楕円分布の主軸を成す (図 3(a)). また, 円の半径は任意に設定できることから, 第 2 固有ベクトル軸上の標準偏差を基準として第 3 以降の固有ベクトルに沿ってサンプル分布を白色化する.

$$\hat{z}_t = SE^T z_t \quad (5)$$

ここで, $S = \text{diag}(1, 1, \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_3}}, \dots, \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_r}})$, $E = [e_1, \dots, e_r]$.

サンプル分布を最も良く近似する最適な円錐は球面上のサンプルを内包する最小円として表現される (図 4(b)). 平面と球面の交線としての円の半径は, 交わる平面の原点からの距離 ($b/\|\mu\|$) にしたがって小さくなることから (図 4(b)), 求める最適な平面は

$$\min_{\mu, b} \frac{1}{2} \|\mu\|^2 - b \quad \text{s.t.} \quad \mu^T \frac{\hat{z}_i}{\|\hat{z}_i\|} \geq b \quad (6)$$

により与えられる. ただし, 得られた解は正規化する ($\mu \leftarrow \mu/\|\mu\|, b \leftarrow b/\|\mu\|$). これは, 1-class SVM [12] の最適化問題と同一であるため, SVM の凸 2 次計画法を用いて求めることができる.

3.3.2 円錐への角度

円錐への角度は凸錐への角度 (式 (2)) に比べて容易に (高速に) 求めることができる. ベクトルの円錐への角度は図 2(b) に示すように, ベクトルと円錐表面への正射影ベクトルとの成す角度として定義される. まず, 入力ベクトル y を式 (5) により部分空間へ射影しスケールする ($\tilde{y} = SE^T y$). 次に \tilde{y} の円錐表面への単位射影ベクトル a を求める. ベクトル \tilde{y}, a と円錐 C の方向ベクトル μ を含む平面で円錐を切ると, 図 2(b) に示す断面となる. そのため射影 a は

$$a = \cos \theta_C \mu + \sin \theta_C \frac{\tilde{y} - (\tilde{y}^T \mu) \mu}{\|\tilde{y} - (\tilde{y}^T \mu) \mu\|} \quad (7)$$

と求まる. ここで $\theta_C (= \arccos(b))$ は円錐の広がり角度である. スケールにより空間が歪んでいるため, a を元の空間表現に戻して y との角度を求める.

$$\theta = \arccos \frac{y^T ES^{-1}a}{\|y\| \|ES^{-1}a\|} = \arccos \frac{\tilde{y}^T S^{-2}a}{\|\tilde{y}\| \|S^{-1}a\|} \quad (8)$$

ここで, \tilde{y}, a は部分空間内のベクトルでありその次元 r は元の次元 d に比べ小さくなっている ($r < d$). そのため, 式 (7), 式 (8) の計算オーダーは式 (5) に比べ小さく, 円錐との角度計算の計算オーダーは部分空間法と同等となる ($O(dr)$). さらに凸錐の場合と異なり, 対応角度 (式 (8) の値域) は $0 \leq \theta \leq \pi$ となり, 任意の角度を計算することができる.

3.4 まとめ

以上の 3 つの手法をまとめると表 1 のようになる. これらの手法は, 近似精度と計算コストに関してトレードオフの関係にある.

 表 1 提案手法のまとめ
 Table 1 Summary of the proposed methods

手法	近似精度	計算コスト	対応角度
厳密な凸錐	↑ high	↑	$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$
包括凸錐			
円錐			$0 \leq \theta \leq \pi$

4. 球面上のクラスタリング

以上の錐に関する議論は全て, サンプル分布が単峰であることを仮定したものである. しかしながら, 一般の分布では多峰を成す場合も多い. そこで, 多峰分

Algorithm 2 vMF Mean Shift[前処理] 全てのサンプルを正規化: $\|\mathbf{x}_j\| = 1, \forall j$ for $j = 1$ to N do[初期化] j 番目のサンプルから出発: $\mathbf{y}_j^0 = \mathbf{x}_j$

[更新] 以下の更新式に従って収束するまで更新を行う.

$$\mathbf{y}_j^{t+1} \leftarrow \frac{\sum_i^N \mathbf{x}_i \mathcal{M}_d(\mathbf{y}_j^t; \mathbf{x}_i, \kappa)}{\|\sum_i^N \mathbf{x}_i \mathcal{M}_d(\mathbf{y}_j^t; \mathbf{x}_i, \kappa)\|} \quad (9)$$

end for

[後処理] 近い収束点 ($\{\mathbf{y}_j^\infty\}$) をまとめてクラスタ中心とする

布をクラスタリングにより単峰の各クラスタに分割し、クラスタ毎の錐へと問題を帰着させる。ここでの各クラスタはサンプルがその中で錐構造（スケール変化と加法に関して閉じる）を成すように選ばれる必要があり、一般のベクトル空間内の EM 法 [8] などのクラスタリング手法は適用することができない。そこで、再びスケール不変な表現として単位超球面上への射影を考え、球面上でのクラスタリングを行う。球面上への射影によりクラスタは凸包を成し、スケール変化かつ加法に関して閉じた構造を持つ。ここで球面ではなくある平面への射影（正規化 [5] など）を行うと、錐構造を定める重要な要素であるベクトル間の角度が保存されず、分布形状が崩れてしまうことに注意されたい。本論文では球面上のクラスタリング手法として von Mises-Fisher 分布を用いた Mean Shift 法を提案する。

4.1 von Mises-Fisher (vMF) 分布

von Mises-Fisher (vMF) 分布は方向統計の分野でよく知られた分布であり、単位超球面上での正規分布と呼ばれる [13]。vMF 分布の確率密度関数は

$$\mathcal{M}_d(\mathbf{y}; \boldsymbol{\mu}, \kappa) = C_d(\kappa) \exp(\kappa \boldsymbol{\mu}^T \mathbf{y}) \quad (10)$$

と与えられる。ここで \mathbf{y} は d 次元単位確率ベクトル ($\mathbf{y} \in \mathbf{R}^d, \|\mathbf{y}\| = 1$)、 $\boldsymbol{\mu}$ は分布の中心方向を示す単位ベクトル、 κ はその方向への分布の集中度を示すパラメータ、 $C_d(\kappa)$ は正規化定数である。

4.2 vMF Mean Shift 法

球面上のクラスタリングで vMF 分布を用いたものとしては、サンプル分布を混合 vMF 分布と仮定して EM 法を適用した手法などがある [14]。しかしながら、混合 vMF 分布ではクラスタ数を事前に設定するなどの欠点も多い。一方で、ベクトル空間内のクラスタリングとして Mean Shift 法 [15] が広く用いられている。Mean Shift 法ではクラスタ数を事前に設定することなく、確率密度関数の局所最大点、つまりクラスタの



図 5 データベースの画像例

Fig. 5 Example images in datasets

中心点が求まるという利点がある。本論文では、Mean Shift 法に「球面上」という制約を与えることで、球面上サンプルに対する Mean Shift 法 (vMF Mean Shift 法) を新たに提案する。

各サンプル $\mathbf{x}_i (\|\mathbf{x}_i\| = 1)$ に対して、前述の vMF 分布 (式 (10)) をカーネル関数とした場合のカーネル確率密度推定による確率密度関数は

$$f(\mathbf{y}) = \frac{1}{N} \sum_i^N \mathcal{M}_d(\mathbf{y}; \mathbf{x}_i, \kappa), \quad \text{s.t. } \|\mathbf{y}\| = 1 \quad (11)$$

で与えられる。確率密度関数 f の局所最大点は、ラグランジュ乗数 η を用いた $L = f - \frac{\eta}{2} (\|\mathbf{y}\|^2 - 1)$ に対して、微分して 0 とすることで得られる。

$$\begin{aligned} \frac{dL}{d\mathbf{y}} &= \kappa \sum_i^N \mathbf{x}_i \mathcal{M}_d(\mathbf{y}; \mathbf{x}_i, \kappa) - \eta \mathbf{y} = 0 \\ \therefore \mathbf{y} &= \frac{\kappa}{\eta} \sum_i^N \mathbf{x}_i \mathcal{M}_d(\mathbf{y}; \mathbf{x}_i, \kappa) = \frac{\sum_i^N \mathbf{x}_i \mathcal{M}_d(\mathbf{y}; \mathbf{x}_i, \kappa)}{\|\sum_i^N \mathbf{x}_i \mathcal{M}_d(\mathbf{y}; \mathbf{x}_i, \kappa)\|} \end{aligned}$$

ここで

$$\frac{d\mathcal{M}}{d\mathbf{y}} = C_d(\kappa) \kappa \boldsymbol{\mu} \exp(\kappa \boldsymbol{\mu}^T \mathbf{y}) = \kappa \boldsymbol{\mu} \mathcal{M}_d(\mathbf{y}; \boldsymbol{\mu}, \kappa)$$

を用いた。以上より vMF Mean Shift 法のアルゴリズムは Algorithm 2 となる。収束の証明については付録 2. を参照のこと。ここでは κ がパラメータとなるが、例えば内積の平均値 $\gamma (= \frac{1}{N^2} \sum_{ij} \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j = \|\bar{\mathbf{x}}\|^2)$ を用いて

$$\exp(\kappa \gamma) = \frac{1}{100} \exp(\kappa \cdot 1) \quad \therefore \kappa = \frac{\log(100)}{1 - \gamma} \quad (12)$$

とする (γ を正規分布の標準偏差のように扱う)。

5. 実験**5.1 実験設定**

[顔検出] MIT-CBCL Face Database [16] を用いて顔検出のための顔/非顔の識別を行う。対象/非対象の識別では、対象画像にはある一定のパターンが存在する

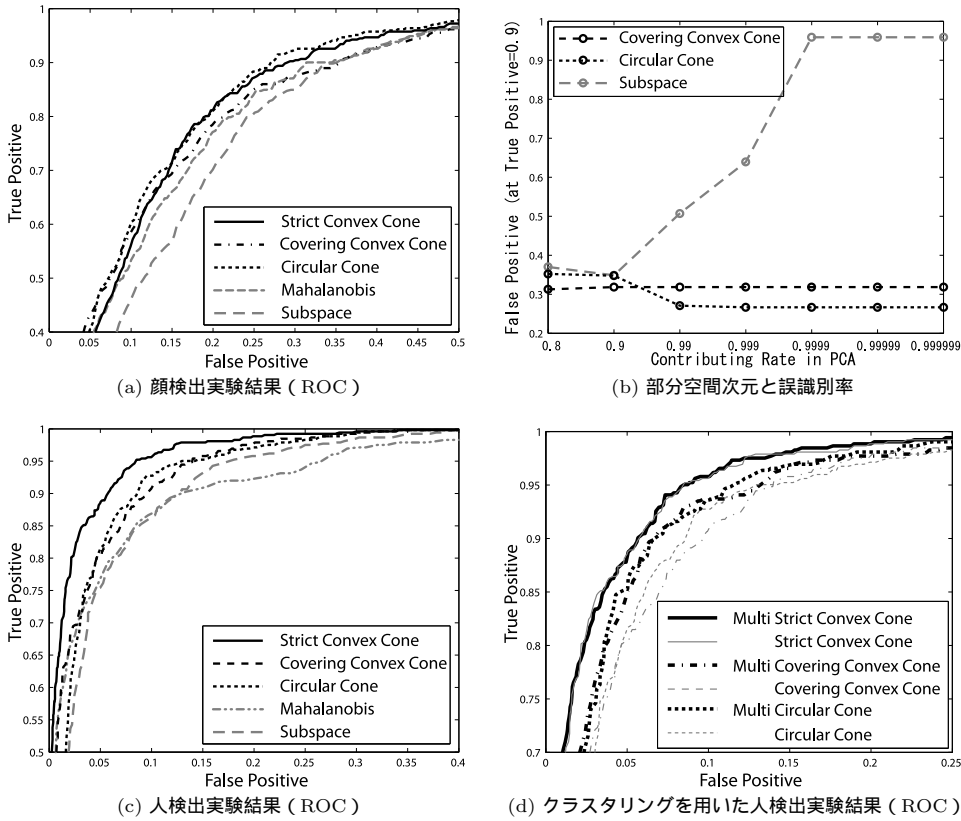


図6 実験結果
Fig.6 Experimental results

が、非対象画像としてはそのパターン以外の任意のものをとることが可能である。そのため、非対象の画像は学習時には与えず、対象画像のみを与えてそのパターン分布を学習する1クラス学習が効果的であると考えられる。学習には顔画像(19×19)を2429枚、テストには顔画像472枚、非顔画像28121枚を用いた(図5(a))。画像特徴量には、顔画像が位置合わせされていることから、画像を2×2に分割し各領域のエッジの8方向ヒストグラム(SIFT-likeな特徴ベクトル32次元[9])を用いた。

[人検出] MIT Pedestrian Database[17]を用いて人検出のための人/非人の識別を行う。顔検出と同様、1クラス学習を行い、学習には人画像(128×64)を400枚、テストには人画像524枚、非人画像3000枚を用いた(図5(b))。画像特徴量には、8×4分割によるSIFT-likeな特徴ベクトル256次元を用いた。

5.2 実験結果

[顔検出] 3つの提案手法(厳密な凸錐, 包括凸錐, 円錐)と、比較として部分空間法とMahalanobis距離を用いた手法(以下Mahalanobis法)を適用したところ、その識別結果は図6(a)となった。厳密な凸錐及び円錐の識別率が高く、包括凸錐とMahalanobis法が同程度であり、これらはいずれも部分空間法よりも良好な結果を示していた。これにより錐がパターン分布をよりよく近似していることが分かる。さらに、部分空間の次元(主成分寄与率)と誤識別率との関係も図6(b)に示す。厳密な凸錐においては部分空間による近似を行っていないため、ここでの比較には含まれないことに注意されたい。図6(b)において、横軸の主成分寄与率の大小が部分空間次元の大小を示しており、縦軸はTrue Positive Rateが0.9のときのFalse Positive Rateを示している。部分空間法では識別率は次元に左右されピークが存在する。しかし、提案手法では次元が高い場合でも識別率は低下せず高い識別率を示している(次元が低い場合はサンプル分布の近似精度が悪いため部分空間法と同様に識別率は低くな

る)。これは提案手法が、錐により部分空間内の冗長な次元の影響を軽減させているためだと考えられる。そのため、部分空間法では問題であった次元の設定は、提案手法においてはある程度高い次元を採用すればよく、識別性能への次元の影響が少ないことがわかる。[人検出] 顔検出の場合と同様に、提案手法と比較手法の結果を図 6(c) に示す。3 つの提案手法はいずれも部分空間法や Mahalanobis 法に比べて識別率が高く、その中でも厳密な凸錐の結果が最良であった。これは、顔に比べて人の形状が多様なパターンを含み、かつその背景が屋外環境であることから、特徴ベクトルが複雑な分布形状を成すことによると考えられる。つまり、包括凸錐や円錐などの近似手法ではその分布形状を捉えきれず識別率が低下していると推測される。

このような複雑な分布に対して vMF Mean Shift 法を適用し、クラスタリング後に錐による識別を行った (図 6(d))。ここでは入力ベクトルと各クラスタ錐への角度を算出し、その中で最小の角度を基に識別を行う。本実験では自動的に 3 クラスタに分割された。厳密な凸錐の場合には識別率の変化はほとんどないが、近似手法 (包括凸錐, 円錐) では識別率の向上が確認できた。これは多峰分布に対する近似精度の向上によるものと考えられる。

6. む す び

本論文では錐に基づく新たなパターン識別方法として錐制約部分空間法を提案し、厳密な凸錐, 包括近似凸錐, 近似円錐に基づく 3 つの手法を提案した。提案手法はパターン分布を原点を頂点とする錐により精度良く近似する。これにより、部分空間法と同様に錐の方向に沿ったスケール倍や加法などの特徴ベクトルの広い変動を許容する一方で、識別性能の向上が図られる。また、提案手法では部分空間法と異なり、次元の設定が容易 (不要) となる。さらに、多峰分布に対応するため、von Mises-Fisher 分布を利用した Mean Shift 法も提案した。顔や人検出の認識実験に提案手法を適用することにより、その有効性を確認した。

謝辞 非負最小二乗法についてアドバイスをいただいた伊藤聡氏 (現東芝) に感謝します。本研究は科研費 (19700187) の助成を受けたものである。

文 献

- [1] エルッキ・オヤ (著), 小川英光, 佐藤誠 (訳), パターン認識と部分空間法, 産業図書, 1986.
- [2] 飯島泰蔵, パターン認識理論, 森北出版, 1989.

- [3] 前田賢一, 渡辺貞一, “局所構造を導入したパターン・マッチング法,” 信学論, vol.J68-D, no.3.
- [4] 福井和広, 山口修, 鈴木薫, 前田賢一, “制約相互部分空間法を用いた環境変動にロバストな顔画像認識 - 照明変動の影響を抑える制約相互部分空間の学習-,” 信学論, vol.J82-DII, no.4.
- [5] T. Okabe, and Y. Sato, “Support vector machines for object recognition under varying illumination conditions,” Asian Conference on Computer Vision, pp.724-729, 2004.
- [6] T. Kobayashi, and N. Otsu, “A three-way auto-correlation based approach to human identification by gait,” IEEE Workshop on Visual Surveillance, pp.185-192, 2006.
- [7] T. Nanri, and N. Otsu, “Unsupervised abnormality detection in video surveillance,” IAPR Conference on Machine Vision Applications, pp.574-577, 2005.
- [8] B. Moghaddam, and A. Pentland, “Probabilistic visual learning for object representation,” Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.19, no.7, pp.696-710, 1997.
- [9] D. Lowe, “Distinctive image features from scale invariant features,” International Journal of Computer Vision, vol.60, no.2, pp.91-110, 2004.
- [10] D. Lee, and H. Seung, “Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization,” Nature, vol.401, no.6755, pp.788-791, 1999.
- [11] R. Bro, and S. Jong, “A fast non-negativity-constrained least squares algorithm,” Journal of Chemometrics, vol.11, no.5, pp.393-401, 1997.
- [12] B. Scholkopf, J. Platt, J. Shawe-Taylor, A. Smola, and R. Williamson, “Estimating the support of a high-dimensional distribution,” Neural Computation, vol.13, no.7, pp.1443-1471, 2001.
- [13] K.V.Mardia, and P. Jupp, Directional Statistics (2nd edition), John Wiley and Sons Ltd., 2000.
- [14] A. Banerjee, I.S. Dhillon, J. Ghosh, and S. Sra, “Clustering on the unit hypersphere using von mises-fisher distributions,” Journal of Machine Learning Research, vol.6, no.12, pp.1345-1382, 2005.
- [15] D. Comaniciu, and P. Meer, “Mean shift: A robust approach toward feature space analysis,” Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.24, no.5, pp.603-619, 2002.
- [16] CBCL Face Database, www.ai.mit.edu/projects/cbcl.
- [17] M. Oren, C. Papageorgiou, P. Sinha, E. Osuna, and T. Poggio, “Pedestrian detection using wavelet templates,” IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, pp.193-199, 1997.

付 録

1. 球面上サンプルに対する PCA

[定理] 球面上サンプル $\{x_i\}_{i=1, \dots, N}$ の自己相関行列に対する PCA では, 第 1 固有ベクトルが分布 (錐)

の方向を示す．但し $\forall i, j \ x_i^T x_j > 0$ とする．

証明 まず，固有ベクトルがサンプルの張る錐内のベクトルであることを示す．PCA の固有値問題は $X = [x_1, \dots, x_N]$ に対して

$$XX^T a = \lambda a \quad (\text{A.1})$$

となる．ここで $a = X\alpha$ とすると，式 (1) より $\alpha \geq 0$ を示せばよい．これを式 (A.1) に代入すると

$$X^T X \alpha = R \alpha = \lambda \alpha \quad (\text{A.2})$$

の固有値問題となる．固有値 λ は X の最大特異値の二乗であり， α はそれを与えるベクトルとなる．ここで x の条件より $\forall i, j \ R_{ij} = x_i^T x_j > 0$ となる．そのため， $\exists i \ \alpha_i < 0$ となると，その要素の符号を反転した ($-\alpha_i > 0$) ベクトル $\hat{\alpha}$ を考えると， $R_{ij} > 0$ により， $\hat{\alpha}^T R \hat{\alpha} > \alpha^T R \alpha$ となることから α が最大特異値を与えることに反する．よって $\alpha \geq 0$ となる．また，ここでの PCA は次式の最適化問題となっている．

$$\max \sum_i \|x_i^T a\|^2, \quad \text{s.t.} \|a\| = 1 \quad (\text{A.3})$$

a が錐内のベクトルであることから $\cos \theta_i = x_i^T a > 0$ となり， $\|x_i^T a\|^2 = \cos^2 \theta_i$ を角度基準での Similarity と見なせる．その Similarity 和を最大とする錐内のベクトル a は角度基準でのサンプル平均を示す．□

2. vMF Mean Shift

[定理] vMF Mean Shift 法 (Algorithm 2) における更新点列 $\{y^t\}_{t=1, \dots, \infty}$ は収束する．

証明 確率密度関数 f (式 (11)) は有限サンプルに基づくために上に有界であるため，まず更新点列に対する $\{f(y^t)\}_{t=1, \dots, \infty}$ の単調増加を示す．つまり，

$$y^t \neq y^{t+1} \Rightarrow f(y^t) < f(y^{t+1}) \quad (\text{A.4})$$

を示せば $\{f(y^t)\}$ の収束が証明される．

$$\begin{aligned} f(y^{t+1}) - f(y^t) &= \frac{1}{N} \sum_i \mathcal{M}_p(y^{t+1}; x_i, \kappa) - \mathcal{M}_p(y^t; x_i, \kappa) \\ &= \frac{C_p(\kappa)}{N} \sum_i \exp(\kappa x_i^T y^t) - \exp(\kappa x_i^T y^{t+1}) \end{aligned}$$

ここで \exp 関数の凸性 ($\exp(x_2) \geq \exp(x_1) + \exp(x_1)(x_2 - x_1)$) を用いると

$$\begin{aligned} f(y^{t+1}) - f(y^t) &\geq \frac{C_p(\kappa)}{N} \sum_i \{\kappa x_i^T (y^{t+1} - y^t)\} \exp(\kappa x_i^T y^t) \\ &= \frac{\kappa C_p(\kappa)}{N} (y^{t+1} - y^t)^T \sum_i x_i \exp(\kappa x_i^T y^t) \\ &= \frac{\kappa C_p(\kappa)}{N} (y^{t+1} - y^t)^T \{ \|\sum_i x_i \exp(\kappa x_i^T y^t)\| y^{t+1} \} \\ &= \frac{\kappa C_p(\kappa) \|\sum_i x_i \exp(\kappa x_i^T y^t)\|}{N} (\|y^{t+1}\|^2 - y^{tT} y^{t+1}) \\ &= \frac{\kappa C_p(\kappa) \|\sum_i x_i \exp(\kappa x_i^T y^t)\|}{N} (1 - \cos \theta^{t,t+1}) \geq 0 \end{aligned}$$

ここで $\theta^{t,t+1}$ は y^t と y^{t+1} の成す角度である．等号成立は $y^t = y^{t+1}$ であるため，式 (A.4) は示された．さらに， $\|y^t\| = 1$ に注意して

$$\begin{aligned} f(y^{t+1}) - f(y^t) &\geq \frac{\kappa C_p(\kappa) \|\sum_i x_i \exp(\kappa x_i^T y^t)\|}{2N} (2 - 2y^{tT} y^{t+1}) \\ &= \frac{\kappa C_p(\kappa) \|\sum_i x_i \exp(\kappa x_i^T y^t)\|}{2N} \|y^t - y^{t+1}\|^2 \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

となる． $\{f(y^t)\}$ は収束列であるためにコーシー列となり，式 (A.5) より $\{y^t\}$ もコーシー列となることが分かる．よって $\{y^t\}$ は収束する．□

(平成 xx 年 xx 月 xx 日受付)



小林 匠 (学生員)

平 15 東京大・工・機械情報工卒．平 17 同大学院修士課程了．同年 (株) 東芝入社．現在，産業技術総合研究所研究員，筑波大学大学院社会人博士課程在籍．パターン認識・多変量解析の理論と応用の研究に従事．



大津 展之

昭 44 東京大・工・計数工卒．昭 46 同大学院修士課程了．同年電子技術総合研究所入所．以来，パターン認識，画像処理，多変量データ解析，人工知能に関する数理的基礎研究に従事．工学博士．現在，産業技術総合研究所フェロー．筑波大学連係大学院教授，日本行動計量学会，情報処理学会など各会員．

Abstract In pattern recognition, feature vectors are occasionally subject to non-negative constraints. This characteristic can be expressed by a cone in feature vector space. In this paper, we propose cone-restricted subspace methods. The proposed methods admit the scaling and additivity of vectors as well as ordinary subspace methods; in addition, vectors can be strictly classified at the boundary of the cone. Moreover, unlike the subspace methods, the dimensionality can be easily determined. To cope with the multi-modality of the sample distribution, we also propose a novel clustering method utilizing von Mises-Fisher distribution. Some experimental results for face and person detection demonstrate the effectiveness of the proposed methods.

Key words pattern classifier, cone, subspace method, von Mises-Fisher distribution, Mean Shift