

第1章 序論

1.1 格子ボルツマン法の概要

格子ボルツマン法 (Lattice Boltzmann Method, LBM)⁽¹⁾ は, 差分法など Navier-Stokes 方程式を用いる他の数値計算法と異なり, 流体を衝突と並進(移動)を繰り返す多数の離散的流体粒子の集合体と考え, これらの規則的な運動を計算することにより連続体としての流体運動を模擬する数値計算法である. 本計算法は, 同じ考え方に基づく数値計算法である格子気体セル・オートマトン (Lattice Gas Cellular Automaton, LGCA) 法^{(2),(3),(4),(5)}の欠点を克服する方法として提案された. LGCA では個々の粒子運動が計算されるが, それに対して LBM はより大きな時間・空間スケールの下での粒子集団の運動を扱っている.

LBM では, 空間, 時間, 粒子の移動速度が格子形状に沿って離散化される. 空間の離散化にはその等方性を保つように同じ大きさの規則的な格子が一樣に使用される. 2次元における格子は, 正三角形格子, 正方格子に大別され, 3次元においては立方体格子が使用される.

粒子数は密度分布の連続性を実現するように実数値で与えられ分布関数により表される. 各離散的時刻において格子点上には格子点に静止する静止粒子と格子線に沿って移動する運動粒子が存在する. 運動粒子の速度は, 1 タイムステップ時刻が経った後で粒子がその運動方向の格子線上にある格子点に丁度到達するような大きさに限られる.

粒子は全ての格子点上で同時に衝突を行い, 衝突後運動粒子がその速度方向の格子線に沿って次の格子点に移動する. 衝突にかかる時間は移動する時間に比べて非常に短く, 衝突の変化は一瞬で起こると考える. 衝突後のある方向の粒子数変化は, 衝突前後で粒子の質量, 運動量および(熱を考慮するモデルでは)エネルギーを保存するようなルールに従って決定される. この衝突則は, 熱効果の有無(粒子の運動エネルギー保存の有無), 静止粒子の有無, 空間の次元数, 空間格子の種類および粒子速度の大きさの種類によって異なる. また, 複数の粒子速さの採用は, 静止粒子を含んで尚且つ衝突に際して粒子の運動エネルギーを保存するモデルの構築を可能にする.

ある 1 方向に運動する粒子は微視的かつ離散的であり, それ自体は流れ場の様子を表さない. しかし, 本計算法の流体の捉え方からもわかるように, 格子点にお

ける全粒子の分布を調べることによって、巨視的かつ連続的な流体の運動を簡単に知ることができる。また、粒子分布が平衡状態に近い場合、大きな空間でかつ長時間における流れの変化を観察できるように時間および空間スケールを粒子の微視的なレベルから巨視的レベルへ引き上げることによって、粒子の質量、運動量および運動エネルギー保存の関係式から連続体である流体の運動を支配する方程式が現れ、理論的に LBM が妥当な解をもたらす数値計算法であることが証明されている。

LBM では、以上のように粒子の運動を衝突段階と並進段階の規則的な反復と考え、全空間に渡り粒子の分布、運動方向および粒子速度の大きさを一様な大きさの格子形状により限定する極めて簡単なモデルを用いて流れ場の計算を行う。これらの点は数値計算を行う上で有利でありアルゴリズムも単純で理解しやすい。また、衝突演算はその格子点に存在する粒子分布のみで行う局所的な演算であり、並進は単なる代入演算(すなわち移動方向へ粒子数密度をずらすシフト演算)であるため、LBM は並列計算処理に適しており、計算時間の短縮が容易に期待できる。この他にも、衝突・並進演算の様々な種類の流体流れ(混相流、磁性流体、圧縮・非圧縮性流れ、多孔質媒体内流れ、固体粒子の浮遊)を統一されたアルゴリズムとモデルで計算できるという利点があり、LBM は今後更に適用範囲の広い計算方法に発展すると考えられる。

1.2 背景

1.2.1 格子気体セル・オートマトン法

LBM の前身である格子気体セル・オートマトン法(Lattice Gas Cellular Automaton Method, 格子気体法, LGM, とも呼ぶ)は、セル・オートマトン(Cellular Automata)法を流体解析へ適用したものである。CA 法とは、セルに入った“0”もしくは“1”で表される情報を決定論的または非決定論的アルゴリズムを用いて規則的に更新する方法である。LGM では、単位質量を持つ粒子の数を 0,1 の 2 進数であるブール変数によって表すため、粒子は完全に離散的な存在である。空間はその等方性と一様性を維持するように 2 次元の場合単位長さの辺を持つ正三角形格子によって、3 次元では疑似 4 次元格子によって一様に離散化され、これらの格子線にそって粒子は単位速度で移動する。2 次元 LGM では、最初正方格子を用いた決定論的 HPP モデルが提案されたが空間の等方性を維持することができなかった。

その後 Frish, Hasslacher, Pomeau によって提案された正三角形格子を使用する非決定論的 FHP モデルがその欠点を改善し 2 次元 Navier-Stokes 方程式を完全に模擬できるようになった. このモデルには静止粒子を含まず 2 体衝突と偽保存則を取り除くための 3 体衝突から成る FHP-1, 静止粒子を含む FHP-2, および全衝突パターンを考慮する FHP-3 の衝突則がある. 計算可能な流れの Reynolds 数は衝突則 1, 2, 3 の順に大きく, 音速は静止粒子を含む FHP-2, および 3 より FHP-1 の場合が小さい.

これまで LGM では平面 Poiseuille 流れや cavity 流れ⁽⁶⁾, 自然対流⁽⁷⁾, 平板周りの流れなどの 2 次元非圧縮性流体解析が数多く行われている. 蔦原・富山らは移動物体周りの境界条件を提案し, 移動平板周りの流れ⁽⁸⁾, および回転平板翼周りの流れ⁽⁹⁾において定性的に妥当な結果を得た. さらに, 彼らは以前にはほとんど考察されていなかった LGM における圧力場に関して研究を行い, 非圧縮性流体の圧力表示が適切であることを確認している.⁽¹⁰⁾ 以上のように, LGM は非圧縮粘性流体流れに対して適切な解をもたらす数値計算法である.

LGCA の最大の利点は, 並列計算処理による計算時間の短縮が容易なことである. これは粒子の単純で局所的な衝突・並進演算の反復により生じるものである. また粒子 1 個の状態を 1 ビットのメモリで表し数個の粒子の状態を 1 変数にまとめて演算を行うことができる. また, 流れの変数を求める際に丸め誤差を生じないという特徴も持つ. 計算対象については, 多孔性物質内の流れや界面境界を有する混相流体流れなど, 複雑な境界条件を伴う流れの解析に適することが挙げられる. それらの境界は特別な粒子運動を加えることにより計算されるため境界条件を直接与える必要がなく, これまでに多くの研究報告が提出されている..

一方で LGM はいくつかの短所も有する. まず, 流速や密度, 圧力など流れの変数が複数の格子点を含む有限な空間領域内に存在する粒子の運動の統計的平均操作によって得られるため, 厳密にノイズを含まない解を得ることは困難である. 良い平均値を得るためには格子点数を増加させる必要があり, 計算コストから精度向上には限界がある. 次に, LGCA における流体の粘性は粒子の衝突則に依存し計算可能な最小値が狭い範囲内に制限される点が挙げられる. これにより高 Reynolds 数流れでは多くの格子点が必要になり, 計算効率の面から見て LGCA は不利である. また, 粒子運動から回復される巨視的な流体力学的挙動が通常の流体のものと異なるため, 低 Mach 数流れにおいてのみ妥当な解をもたらすことも注意しなければならない. 平衡状態の粒子分布は排他原理を持つ Fermi 分布に従うとする仮定により巨視的な流れでは流速に依存する圧力場が現れることにその原因がある. 流速が音速に対して十分小さい場合にはその影響を無視できるが厳

密な意味では LGCA は Navier-Stokes 方程式と異なる流れの支配方程式を与える。

1.2.2 格子ボルツマン法の発展

LBM に関する研究では、まず最初に McNamara らによって LGM において粒子の有無を 0 または 1 で示すブール変数を直接的に平均し 0 から 1 までの連続的な実数値を持つ粒子の分布関数に置き直すモデルが提案された⁽¹⁾。このモデルでは衝突演算式自体は変化しておらず衝突則 FHP-3 を持つ LGA のものが流用されている。また、Higuera らは衝突の変化を各方向の非平衡成分からの寄与によるとみなし、衝突演算をマトリクス化した 2 次元および 3 次元モデルを提案している⁽¹¹⁾。これらの提案は LGM において流速等流れの変数を求める統計平均操作を不要にしたためノイズ問題を取り除き、計算効率の向上を実現したが、なおも平衡分布として LGM と同じ Fermi 分布を採用したため、この粒子運動から導出される巨視的な流れの支配方程式において対流項が密度依存性の係数を持つガリレイ不変性の欠如と圧力の速度依存性の問題は残った。H.Chen らも述べているように、⁽¹²⁾ 非ガリレイ不変性は Fermi 分布によって、また圧力の速度依存性はそれに加えて速さが一種類の運動粒子のみの分布を採用するために派生する。その後、Qian らが個々の 2 体衝突の準詳細釣り合いを想定する Maxwell 形式を平衡分布に採用しさらに静止粒子を導入することによってこれらの問題を解決して、正確な Navier-Stokes 方程式を導いている⁽¹³⁾。この Maxwell 形式への平衡分布の変更は実数値の粒子数密度によって排他原理が不要になったために可能になった。さらに、Boltzmann 方程式のモデル方程式として知られる Bhatnagar-Gross-Krook 方程式 (BGK 方程式)^{(14),(15)} に類似した衝突項を持つ格子 BGK モデルが提案され⁽¹⁶⁾、音速とせん断粘性の確認のための数値シミュレーションにおいて理論値と計算値との良い一致が確認されている。このような格子ボルツマンモデルの提案と合わせて、モデルの持つ性質の検証のための簡潔な流れ場の計算が行われた^{(17),(18),(19),(20)}。

上述の 3 種類の衝突演算子は順に簡略化された構造になっている。McNamara らのモデルは「粒子の衝突する確率 (=衝突によって運動状態が変化する粒子数の割合)は、衝突する粒子の数密度の積に比例する」ことを直接的に式で表したもので、衝突イメージが捕らえやすい。それに対してマトリクスモデルは「粒子分布が平衡状態に近い」と仮定して上記のモデルの演算式中で非平衡量の 2 次以上の項を省略し、粒子の数密度変化を各粒子の非平衡量ベクトルとマトリクスの積で表しており個々の粒子の衝突パターンを考慮する必要がなくモデルの構築が容易である。最後の格子 BGK モデルは、「衝突 = 粒子分布の平衡状態への緩和プロセス」

という考え方から, 平衡緩和時間と局所平衡分布関数を用いて, 粒子数密度変化をその粒子の非平衡量の緩和時間に対する 1 計算タイムステップ分に相当するとみなす最も簡潔な演算方式であり, 粒子の種類が増加しても衝突演算は複雑化しないという利点がある. 式の構造上, 上述の衝突マトリクスを固有値と単位マトリクスに置き換えたモデルとも考えられる.

流れ場の境界条件は, LBM が LGM から派生したこともあって, LGM で使用される条件が流用されることが多かったが, 周期境界や静止壁境界以外の様々な境界を持つ流れ場を計算するため, 新たな境界条件に関して幾つかの研究が報告されている^{(21),(22),(23)}. 我々も, Hou らによる正方 Cavity 流れの計算⁽²⁴⁾と同様に, 境界上での平衡状態の仮定から局所平衡分布関数を用いる境界条件の設定手法を用いて, 差分法による数値解や Navier-Stokes 方程式の厳密解と一致する結果を得た⁽²⁵⁾.

本計算法に関してはこの他に様々な研究が行われている. LGA も適用された混相流解析に対して, Shan らは粒子間ポテンシャルを導入した格子ボルツマンモデルを提案している⁽²⁶⁾. また Gruna らの研究では 2 種類の流体を表わす 2 粒子モデルを用いて表面張力と粘性の数値的計測値が理論値とよく一致する結果が得られている⁽²⁷⁾. 上記のような流体どうしの混相流モデルだけでなく流体中に浮遊する固体粒子の運動を扱うモデルも提案されている⁽²⁸⁾. このように複数種類の流体(物質)から成る流れの解析への適用が進められているのは, LBM が流体を単純な運動を行う粒子に分解し, 特別な界面の境界条件を与える必要がないためである.

通常の LBM では Newton 流体を対象としているが, 局所的なひずみ速度から決まる粘性係数を用いて局所衝突演算マトリクスを求めることにより, 非 Newton 流体を模擬するモデルによって多孔質媒体内の流れの研究が行われている⁽²⁹⁾.

LBM の特徴の一つとして, 同一サイズの格子による一様な空間の離散化が挙げられるが, 曲面を有する境界を滑らかに表現するには不向きであり, 流れの変化の激しい部分のみ空間解像度を上げることによりある程度詳細でかつ計算に必要なメモリ量を抑制するということができないという問題があった. しかしながら, Nannelli と Succi は有限体積スキームを取り入れて”目の粗い”空間に存在する粒子分布を計算することにより非一様性格子を構築している.⁽³⁰⁾ Amati らも同様に有限体積法を採用した coarse-grain モデルを提案して, 格子の幾何学的な柔軟性を実現した⁽³¹⁾. 彼らは 3 次元水路内の乱流の計算結果から, 衝突・並進演算でより高次の補間スキームを使用する必要性を述べている. また, He らは任意の大きさの矩形型メッシュによる空間の離散化を行い, 急激な拡大部を有する 2 次元対称水路内の流れのシミュレーションで数値解が従来の実験や数値結果によく一致する

ことを示した.⁽³²⁾ 一方で Mei らは最近, これまでの Lagrange 的な粒子の運動方程式を離れて粒子分布の偏微分方程式を差分化して用いる格子ボルツマン法に非一様な格子を持つ物体適合座標系を取り入れ, 円筒状の Couette 流れや平板上の定常流れ, および円柱周りの定常流れ等の計算において Navier-Stokes 方程式の差分解や厳密解と比較して良好な結果を得ている⁽³³⁾. その中で彼らは, 格子スケールの振動を伴う解を避けるために移流項に中心差分でなく 2 次精度風上差分を適用すべきであることや, 非一様格子によって LBM において遠方の後流を精度良く捉えることが可能であることなどを示した. これらのモデルは, LBM の利点であるアルゴリズムの並列性, プログラミングの容易性, および微視的相互作用を組み入れる能力を保持しつつ, 本計算法によるより高い Reynolds 数流れの数値解析を可能にするものである.

LBM の数値安定性については非圧縮性流体モデルに対する線形安定性の研究において, 各格子点における各粒子の質量分布, 平衡緩和時間, 並びに摂動の波数のある値に対して最大安定な平均速度が存在することなどが報告されている.⁽³⁴⁾ また最近熱流体モデルに対する安定性解析も行われ, 正方格子より正三角形格子の粒子分布の方が広い数値安定性領域を持つことが示されている.⁽³⁵⁾

この他にも, 連続体として流体を扱う LBM を分子気体力学で扱われる希薄な流体運動を表わす BGK 方程式と関連付けることにより, LBM を様々な流れの解析に拡張できる LBM の構築を試みる研究が安部によって行われている.⁽³⁶⁾

以上のように, LBM は LGM の欠点を克服しつつその長所を引き継ぎ, また様々な流れへの対応が可能となるようないくつかの発展が見られ, 流れの数値計算法として有効であることが確認され将来を有望視されている. 全般的に, これまでの研究では Mach 数が十分小さい非圧縮性流れを取り扱っており, 熱の効果を考慮しない非熱伝導性の流体モデルが用いられてきた. この非圧縮性流体モデルは, 若干の圧縮性を有していながら粒子の質量と運動量の保存のみ満たし運動エネルギーを保存しない衝突則を採用しているため, 粒子の運動エネルギーの定義すなわち熱・温度の計算ができない. しかしながら, 流体をバロトロピー的と仮定して熱の移動がないとみなせば, 温度は関係なくなりエネルギー方程式を考慮せずに流れを解くことができる. これに対して, 熱の移動や圧縮性が現れる流れ場では, 質量と運動量の他にエネルギー保存を満たさなければ基礎方程式の系は閉じない. よって熱伝導性流れをシミュレートするためには, 衝突則は粒子の運動エネルギーをも保存するよう決定されねばならない.

圧縮性流れの現象の一つである衝撃波の計算は Qain らによって行われている

が、従来の非圧縮性・非熱伝導性のモデルを用いているため熱の効果は除外されている。⁽³⁷⁾ 圧縮性を真に考慮できる熱流体モデルは、1993 年になって McNamara ら⁽³⁸⁾と Alexander ら⁽³⁹⁾によって初めて明確に提案された。McNamara らは、3 次元立方格子において粒子の運動方程式から導出される流れの支配方程式が Navier-Stokes 方程式、すなわち連続の式、運動方程式およびエネルギー方程式と一致するように局所平衡分布関数の形を決定するという熱流体モデルの構築方法を述べている。一方の Alexander らも同様の方法を示し、2 次元正三角形格子における 13 種類の粒子を持つモデルにおいて具体的な平衡分布関数の形を求めている。その中で、輸送係数、音速および熱伝導を考慮した Couette 流れに関する数値解と理論値との比較において両者の良い一致が見られる。そして、Chen ら⁽⁴⁰⁾は Qian らにより非圧縮性流体の格子ボルツマンモデルで指摘された Navier-Stokes 方程式からの非線形な逸脱項⁽³⁷⁾が流れ場に与える影響を排除する改良されたモデルを提案し、数値解析において従来のモデルと比較した。これらの逸脱項は高次の流速の項から構成されることから、逸脱項を排除するためには平衡分布関数が流速について 4 次まで展開されると同時に 4 階の速度モーメントテンソルまでしか等方性を有しない正三角形格子ではなく 6 階のテンソルまで等方性が保証されるように十分な対称性を持つ正方格子を用いることを主張している。このモデルを用いた数値計算では輸送係数が流れ場の中で数値的に正しく評価され、衝撃波の構造およびせん断流中の運動エネルギーの消散率について従来のモデルで Mach 数が増加するに従い顕著になる誤差が生じないことが示された。この改良された高次のモデルは熱伝達を伴う Couette 流れの数値計算でも温度分布について理論解と良く一致する結果を与えている。⁽⁴¹⁾ このほかにも、従来のモデルが固有の Prandtl 数 1 を持つのに対してこれを変えることができる新しいモデルが提案される^{(42),(43)}など、LBM の熱流体モデルについても大きな進展が見られる。

1.3 本研究の目的

前節で述べたように、格子ボルツマン法は数値計算として妥当な解をもたらすことが確認され、並列様々な種類の流体運動を模擬できる能力を有することが分かっている。しかしながら、研究年数が少ないこともあり、まだ十分検討されていない課題も尚残されている。

その課題は、LBM による数値解析の適用例が少ないという点に現れている。従

来の研究では、提案されたモデルの妥当性を検証するために行われた数値計算が多く、取り上げられる流れは静止壁や周期境界など簡単な境界を持つものであり、より具体的な流れは少ない。特に熱流体モデルを使用した流れの解析は最近始まったばかりである。また、円柱周りの非圧縮性流れのような物体周りの流れの計算結果も報告されているが、低 Reynolds 数のものがほとんどである。これらの原因として、適切な境界条件の検討が十分でないことと、規則的な形状の格子によって一様に空間を離散化するために工学的に注目される高 Reynolds 数流れの解析に適用することが困難であることが考えられる。最近の研究では両問題を取り上げるものが多く、LBM の実用化を目指す動きが広がっており、我々もこれまで境界条件の設定の側面から研究を進めてきた。

もう一つ挙げられべき課題は、熱伝導・圧縮性の影響を考慮したモデルの検討である。前節でも紹介したように、これまでの主な対象であった非圧縮・非熱伝導性流体に対する非圧縮性流体モデルは、Mach 数が非常に低い流れにおいてのみ適用される。それに対して、近年になって提案された熱流体モデルによって圧縮・熱伝導性流体運動の計算が可能になったが、具体的な流れの計算が少ない原因に粒子運動の性質上適用できない種類の流体や流れ場の状況が存在することが考えられる。まず、空間格子の形状によって離散化される粒子速度は大きさ・方向ともにその種類が限定されるため、計算可能な流れの温度領域に限界がある。大きな温度差が生じる流れや高い圧縮性の現れる流れを計算することは困難である。また、粒子運動は衝突と並進から成るが、運動の自由度は並進に対するものだけであるため、比熱比は空間次元数によって一定に固定されてしまう。そのために特定の比熱比を持つ流体にしか適用できない。さらに、簡潔な衝突演算を採用したことにより対応できる Prandtl 数は 1 だけになってしまう。この他、低い粘性の流れにおいて衝撃波流れのように急激な状態の変化を伴う流れでは、計算可能な温度領域であっても数値振動が生じ、これが大きい場合解が発散するという問題もある。以上のように LBM によってより幅広く流れの解析を行うためには、新たに粒子モデルや計算方法を提案する必要がある。

そこで、本研究は格子ボルツマン法を数値流体解析により幅広く適用することを念頭に置いた次の 2 つの目的をもって進められる。まず、LBM をより複雑な実際の流れ解析へ適用することを進めるために必要となる境界条件の設定を検討することを目的とし、局所平衡分布関数を用いる簡潔な境界条件の設定方法を用いていくつかの基本的な流れ場を計算しその結果を踏まえてより具体的な流れの計算を行う。次に、近年圧縮性を考慮できる熱流体モデルにおいては実際の流れの

計算例が少なくモデルの検討も十分でないことから、LBM を圧縮性の効果が現れる流体運動の解析に適用するために、上記で述べたような現在の熱流体モデルが有する問題を解決するための新しい計算方法ならびに粒子分布モデルを提案することを目的としている。

1.4 本論文の構成

本論文では、まず第 2 章で格子ボルツマン法の基礎理論について説明する。第 2.2 節では粒子分布と空間・時間の離散化の関係を述べる。次節では衝突による粒子分布の変化を解説し衝突則および衝突演算の形式についても述べる。LBM は様々な流体流れに適用されており衝突の計算方法もいくつか種類があるが、ここでは、非圧縮性流体と圧縮性流体に対する 2 種類の衝突形式を中心に述べる。2.4 節でも、本計算法で重要な位置を占める局所的な平衡状態における粒子分布について圧縮・非圧縮性流体に対する 2 種類の形式を述べる。第 2.5 節では、微視的粒子の運動と巨視的な流体の運動の関係を流れの支配方程式の導出によって説明する。LBM では粒子運動を扱っていることから流れの数値解析の正当性を理論的側面から保証するためには支配方程式の導出は非常に重要である。

第 3 章では、非圧縮性流体解析に関して報告を行う。LBM の実用にあたっては適切な境界条件が必要となるため、3 節では本計算で使用する境界条件を解説する。先に述べたようにすでに非圧縮性流れの計算は多く行われているもののほとんどは境界条件が単純な流れ場に限定されており具体的な流れ場への適用はまだ少ないことから、本研究では 2 次元回転円柱まわりの流れを取り上げる。3.4 節で本計算結果を示し差分法による数値解との比較から本境界条件の妥当性を検討する。

第 4 章は、LBM において新たに提案されている熱流体モデルを取り上げる。最初に本研究で用いる簡潔な構造を有する局所平衡分布関数を、続いて第 3 節ではこの関数に基づく 3 次元粒子分布モデルを提案し、第 4 節では同じ形式の平衡分布関数を持つ 1 次元・2 次元正方格子・正三角形格子における粒子分布モデルも合わせて示す。次の第 5 節では第 2.5 節で述べた支配方程式の導出過程の概要を踏まえて具体的に Navier-Stokes 方程式系を構成する連続の式、運動方程式およびエネルギー方程式を得られることを示す。最終節では提案した 1 次元および 2 次元粒子分布モデルの特性を検討するため幾つか簡単な流れの数値計算を行い、得られた結果を理論解および他の数値解と比較する。

第 5 章は前章で示した熱流体モデルを用いて, 以下の具体的な流れを計算し, 他の実験結果や数値解との比較を通してモデルの有効性を検討する.

第 5.2 節 楔に入射する平面衝撃波の反射

第 5.3 節 角を回る非定常衝撃波

第 5.4 節 穿孔壁による衝撃波減衰の数値シミュレーション

第 5.5 節 3 次元 Cavity 流れ

第 5.6 節 衝撃波管内の物体まわりの流れ

第 6 章では, 上記のモデルでは扱うことができなかった流れを解析するためのいくつかの新しい方法・モデルの提案を行う. まず第 1 節では, 熱流体モデルで計算可能な温度領域の制限を緩和するための方法について述べる. 次の第 2 章では, 流体の比熱比を変更するための粒子の運動に回転の自由度を付加した粒子分布モデルの提案を行う. 第 3 章では非定常衝撃波流れの解析で生じる数値振動を抑制する方法を述べる. また工学的興味のある流れ場への適用を進めるために最近注目されている非一様格子による空間離散化に関しても考察し, 第 4 章で従来の計算アルゴリズムを維持しつつ空間解像度を局所的に変更する方法を提案する. 最後の第 6 節では, 第 2 節で提案した内部自由度を実現する粒子分布モデルとは別に, 希薄気体力学における分子運動の解析で用いられる Holway 方程式を基礎として粒子の回転運動を考慮することが可能な格子ボルツマンモデルを提案する. 各節では衝撃波管内の 1 次元流れ等の計算を行い, 各計算方法・モデルの妥当性を検討する.

最後の第 7 章では, 以上の第 3 章から第 6 章までで述べた結果から, 格子ボルツマン法の流体運動の数値解析への適用性について結論を述べる.