



大脳組織のひずみ - 応力関係のモデル化

鎮西清行, *Karol Miller

工技院機械技研バイオメカニクス研究室, *University of Western Australia

Modeling Stress-Strain Relation of Brain Tissue

CHINZEI Kiyoyuki, *Karol Miller

Biomechanics Div., Mechanical Eng. Lab., MITI, *Univ. of Western Australia

Abstract

A new constitutive equation representing the stress-strain relation of brain tissue is reported. Equation was derived from the derivative of strain energy, in the form of polynomial with the coefficients which models the history dependent behavior. Parameters were determined by the adaptive fitting to the in vitro experiment⁽¹⁾⁽²⁾. The obtained model was ready to apply by combination with standard FEM package software, ABAQUS, for instance.

はじめに

前報にてブタ大脳を用いた in vitro 圧縮実験により得たひずみ - 応力曲線を示した。これをもとにその構成式を導いた。構成式は手術操作などによる臓器の変形をシミュレートする際に、基礎的な物理関係を表す基本的関係である。微小変形域ではヤング率によるひずみ - 応力関係(バネの公式 $f = kx$ の一般形)が代表的であるが、有限変形域ではひずみなどをテンソル表記する必要がある。以下の議論は全てテンソル表記による。

モデル化の方針

前報では実験的事実として、(1)何れのひずみ速度においても、またひずみが 0.1 ~ 0.3 程度の範囲でも非線形である、(2)応力はひずみ速度に依存する、などを明らかにした。

関節部の軟骨のモデル化で大きな成果をあげた線形固・液二相モデル(KLMモデル)⁽³⁾は、上記項目2に反するため成立しない。KLMモデルでは急速な圧縮と準静的な圧縮の比が、最大で 1.5 を越えることができないことによる⁽⁴⁾。

そこで、単相粘弾性モデルにより表現する事を目差した。ひずみエネルギー W を以下の多項式形式で表現する⁽⁵⁾。

$$W = \sum_{i+j=1}^N C_{ij} (J_1 - 3)^i (J_2 - 3)^j \quad (\text{Eq. 1})$$

ここで、 $J_1 \sim J_3$ はひずみテンソルの不変量である。

$$J_1 = \text{Trace}[B], J_2 = \frac{J_1 - \text{Trace}[B^2]}{2J_3}$$

$$J_3 = \sqrt{\det B} \equiv 1, \quad (\text{Eq. 2})$$

B は Cauchy-Green の左ひずみテンソルである。

式(1)は組織が初期的に等方性である事だけを仮定している。圧縮性に関しては、前報の実験結果で断定できるだけの精度を得る事ができなかった。ポアソン比として従来他の研究が仮定している $\nu = 0.5$ (非圧縮性) を仮定した。すると、式(2)中の J_3 は 1 となる。前報の実験条件をあてはめると、 B は対角項のみとなる。

$$B = \begin{bmatrix} \lambda_z^2 & & \\ & \lambda_z^{-1} & \\ & & \lambda_z^{-1} \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 3})$$

ここで、 λ_z は軸方向の伸長率である。これを式(2)に適用すると、 σ_{zz} は軸方向応力だけが非零項となり、

$$\sigma_{zz} = \frac{\partial W}{\partial \lambda_z} \quad (\text{Eq. 4})$$

と表される。ここで、 σ は工学応力表記である。

ひずみ速度依存性

粘弾性モデルは履歴依存を意味する。一般により直近の履歴に強く依存すると考えられている。そこで、式(1)中の係数項に履歴が時間の経過と共に指数的に減衰する効果を持たせる⁽⁶⁾。

$$C_{ij} = C_{ij, \text{inf}} + \sum_k^n C_{ijk} e^{-\frac{t}{\tau_k}} \quad (\text{Eq. 5})$$

これを式(1)に代入するには、コンボリューション積分に書き換える。

$$W = \int_0^T \left\{ \sum_{i+j=1}^N C_{ij}(T-t) \frac{\partial}{\partial t} ((J_1 - 3)^i (J_2 - 3)^j) \right\} dt \quad (\text{Eq. 6})$$

式(4)から、前項の実験条件では応力は以下の様に表される。

$$\sigma_{zz} = \frac{\partial W}{\partial \lambda_z}$$

$$= \int_0^T \left\{ \sum_{i+j=1}^N C_{ij}(T-t) \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial \lambda_z} ((J_1 - 3)^i (J_2 - 3)^j) \right\} dt \quad (\text{Eq. 7})$$



定数項の決定

式(7)を実験結果に対してあてはめる事で式中の定数を決定する。ひずみエネルギーの多項式の Order を示す N は小さいほどシンプルなモデルとなって好ましいが、前項の実験結果にあてはめるには N=2 程度必要な事が判明した。

$$T_{zz} = \int_0^t \{ C_{10}(t-\tau) \frac{d}{d\tau} (2\lambda_z - 2\lambda_z^{-2}) + C_{01}(t-\tau) \frac{d}{d\tau} (-2\lambda_z^{-3}) + C_{11}(t-\tau) \frac{d}{d\tau} [(\lambda_z^2 + 2\lambda_z^{-1} - 3)(\lambda_z^{-2} + 2\lambda_z - 3)] + C_{20}(t-\tau)(\lambda_z^2 + 2\lambda_z^{-1} - 3) \frac{d}{d\tau} (2\lambda_z - 2\lambda_z^{-2}) + C_{02}(t-\tau)(\lambda_z^{-2} + 2\lambda_z - 3) \frac{d}{d\tau} (-2\lambda_z^{-3}) \} d\tau$$

(Eq. 8)

N=2 とおくと、定速圧縮の条件下 ($\lambda z = 1 - (\text{loading velocity}) \times \text{time}$) で式(8)は解析解を求める事ができる。結果は長大になるので省略する。重要なのは応力が係数 C_{ijk} につき線形となる事である。

以下、詳細は省略するが式(5)中の時定数項の Order を示す n を 2 に設定して、最小二乗法を用いて定数項を求めた。

Table 1: Obtained parameters for Eq. 8 and Eq. 5. Unit is [sec] for t_s and [Pa] for C_{***}

τ_1	τ_2	$C_{10\infty}$ = $C_{01\infty}$	$C_{20\infty}$ = $C_{02\infty}$	C_{101} = C_{011}	C_{201} = C_{021}	C_{102} = C_{012}	C_{202} = C_{022}
50	0.5	81	0	26	395	163	84

これらを式(9)に適用し、実験的に求めたひずみ - 応力線図と比較したものを図 1 に示す。

考察

本研究で用いた試料は、くも膜・灰白質・白質とこれに含まれる血管などからなる複合組織である。このため、類似の複合組織に対してのみ適合する結果が得られたに過ぎないという批判が予想される。が、ここでの目的は複合材料の振舞いを parametric なかたちであれ何であれ記述することにある。従って複合組織の平均的性質として表現されることには問題はない。

本研究で提案した構成方程式(式(6))は、汎用有限要素法パッケージ ABAQUS などが用意する非線形粘弾性要素にそのまま適用可能であり、直ちに应用可能である。但し、3次元的にこの要素を用いて有限大変形問題を解くにはスーパーコンピュータクラスの計算機を必要とする。計算量の削減を目的とする近似法の研究が必要である。

また、本研究では *in vitro* のブタ大脳を試料に用いた。人間の手術に応用するにはブタとヒトの大脳組織の力学特性の比較と、*in vivo* と *in vitro* 状態の関係を明らかにする必要がある。*in vivo* では豊富な血流と脳髄液の寄与が予想されるので *in vivo* での検証が今後の課題であ

る。

Reference

- 1 鎮西, Miller, 「ブタ大脳の圧縮試験 ~ CAS のバイオメカニクス」, 第5回日本コンピュータ外科学会論文集, 89-90, 名古屋, 1996
- 2 K. Miller, K. Chinzei, "Constitutive Modeling of Brain Tissue; Experiment and Theory", J Biomech (accepted for 1997 issue)
- 3 Mow, V.C., Ateshian, G.A. and Spilker R.L., "Biomechanics of Diarthrodial Joints: A Review of Twenty Years of Progress", Trans. ASME, J. Biomech. Eng. 115, 460-467, 1993
- 4 Miller, K. and Chinzei, K., "Modeling of Soft Tissues Deformation", Journal Computer Aided Surgery, 1, Supl., Proc. of Second International Symposium on Computer Aided Surgery, Tokyo Women's Medical College, Shinjuku, Tokyo, 62-63, 1995
- 5 Mooney, M., "A Theory of Large Elastic Deformation". J. Appl. Phys. 11, 582-592, 1940
- 6 Rivlin, R.S., "Forty Years of Nonlinear Continuum Mechanics", In Proceedings of the IX Int. Congress on Rheology, Mexico, pp. 1-29, 1984

本研究の一部は、新エネルギー・産業技術総合開発機構(NEDO)提案公募型・最先端分野研究開発事業の「先進MRI画像化手法の基礎研究」として実施された。

著作権保護のため、オリジナルの図を削除しました。最後の頁に代替図を掲載しました。

The original figure removed to avoid the copyright violation. See an alternative figure in the extra page.

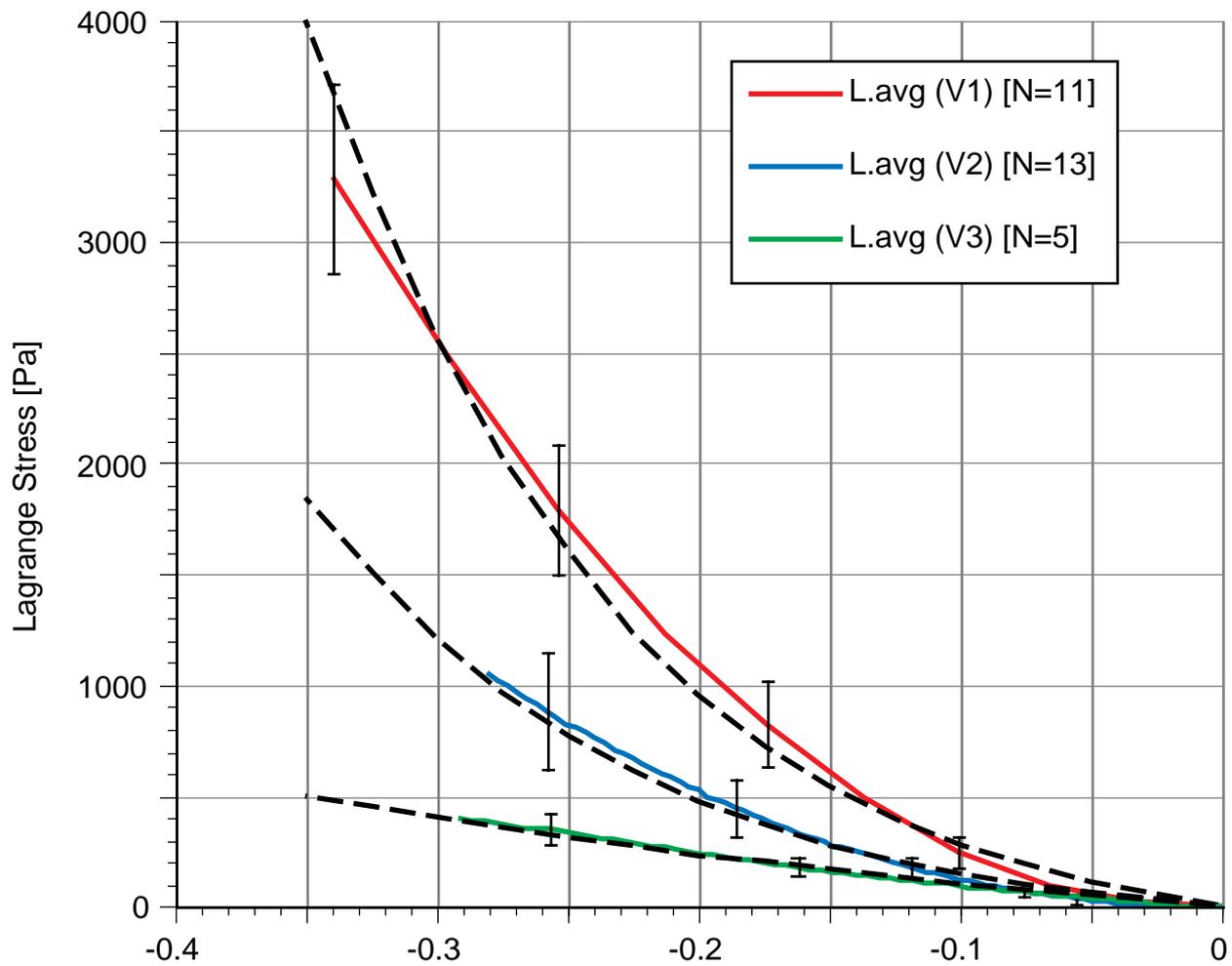


Fig. 1 Stress-Strain Curves. Continuous curves for the experimental results [1], and dotted curves for the simulated results by Eq. 9. The agreement was good ranging over 10^5 difference of loading speed. See, K. Miller, K. Chinzei, "Constitutive Modeling of Brain Tissue: Experiment and Theory," *J. Biomech*, vol. 30, No. 11/12, pp.1115-1121, Nov. 1997.