透視射影を考慮した Paraperspective モデルの逐次型因子分解法

藤木 淳・蔵田武志
電子技術総合研究所
〒 305-0035 つくば市梅園 1–1–4
e-mail: {fujiki, kurata}@etl.go.jp

あらまし 多視点画像からカメラ運動と物体形状を同時に復元する因子分解法は数値計算上安定でかつ比較的良い復元結果を与える優れた手法であり, この手法を実時間処理に適用するために逐次的因子分解法が提案された。しかしアフィン射影に基づく因子分解法の復元精度には限界があり, 高精度の復元結果を得るにはカメラ運動が制限されるという欠点をもつ。そこで本稿では透視射影を考慮した paraperspective モデルの逐次型因子分解法を提案する。提案手法は短時間で高精度な Euclid 復元を行ない, 線型手法のため数値計算上安定である。また, 主成分分析を用いて画像情報を抽出することによりすべての画像情報が反映されるため, 特定の画像に誤差が含まれていても全体として安定な復元解を得ることができる。

キーワード Structure from motion, 因子分解法, 透視射影, ユークリッド復元, 主成分分析

Recursive factorization method for the paraperspective model based on the perspective projection

Jun Fujiki and Takeshi Kurata
Electrotechnical Laboratory
1–1–4 Umezono, Tsukuba-shi, Ibaraki 305-0035, JAPAN
e-mail: {fujiki,kurata}@etl.go.jp

Abstract The factorization method, which allows us to reconstruct motion of the camera and shape of the object simultaneously from multiple images, is so excellent method that it provides higher stability in numerical computations and relatively satisfactory results. To apply this method to real-time processing, the recursive factorization method has been proposed. However, The factorization method based on the affine projection has a limitation in reconstruction accuracy, and to achieve high-accuracy reconstruction, the motion should be restricted. To overcome such a problem, we present the recursive factorization method for paraperspective model based on the perspective projection. The present method is far superior to other ones, which not only allows us to achieve high-accuracy Euclidean reconstruction in a short time but also provides higher stability in numerical computation. This method, moreover, gives stable reconstruction in almost all cases even if any error is contained in some images because all images are treated as uniformly as possible.

Key words Structure from motion, factorization method, perspective projection, Euclidean reconstruction, principal component analysis

信学技報, PRMU99-187, pp.71-78 (1999)

1　はじめに

多視点画像からカメラ運動と物体形状を同時に復元する問題は structure from motion と呼ばれ，コンピュータビジョンにおいて基本的かつ重要な問題である。その中で Tomasi・Kanade[7] によって正射影モデルの場合に提案され，Poelman・Kanade[5] によって paraperspective モデルの場合に拡張された因子分解法は数値計算上安定でかつ比較的良い復元結果を与える優れた手法である。また、これらアフィン射影の因子分解法を実時間処理に適用するために逐次的因子分解法が提案された [4, 2]。

Morita・Kanade[4] は，形状行列の行空間が計測行列の行空間に等しいことを利用し，計測行列から形状行列の行空間の正規直交基底の近似値を高速に求める手法を用いて運動と形状を復元した。しかし，この近似は初期段階では良くないため，初期段階での復元結果の信頼性は低いという欠点がある。

藤木ら [2] は，主成分分析 (PCA) を用いて運動行列の持つ運動情報を圧縮して計測行列の大きさを小さくすることによって，すべての画像をなるべく均等に扱いながら計算時間を短縮することを実現した。

しかしながら，これらの逐次的手法により実時間処理において比較的良い復元結果を得ることができるようになったが，アフィン射影モデルであるが故に，復元精度には限界があり，高精度の復元結果を得るにはカメラ運動が制限されるという欠点をもつ。

そこで近年，高精度の復元結果を得るために因子分解法を透視射影モデルに場合に拡張する手法が提案された [1, 6, 8]。透視射影モデルの因子分解法では，射影的奥行きと呼ばれるパラメータが計測行列に含まれるために，因子分解法を適用するためには何らかの方法で射影的奥行きを求める必要がある。

Christy・Horaud[1] は Euclid 復元解と射影的奥行きを交互の反復推定することによって透視射影による Euclid 復元解を推定する手法を提案した (本稿では C-H 手法と呼ぶ)。この手法は透視射影モデルによる像から paraperspective モデルによる像を反復推定し，paraperspective モデルの因子分解法によって透視射影による Euclid 形状を推定することによって運動と形状を高精度で復元する手法であるとも言える。この手法は反復計算の収束が速いという特徴があるものの、反復計算において形状の Euclid 復元が前提となっているため，カメラがキャリブレートされている場合にのみ有効な手法である。

Strum・Triggs[6] はエピポーラ幾何学を利用して射影的奥行きの比をあらかじめ推定した後に計測行列を求めることにより，反復計算を用いずに射影的復元を行なう因子分解法を提案した。しかし，エピポーラ幾何学から推定された射影的奥行きは特徴点の計測誤差に対して敏感であり，復元結果が計測誤差に対して安定とはいい難いという欠点をもつ。これはすべての画像を均等に扱うことにより，特定の画像の信頼性が低くても，全体として安定な復元結果が得られるというアフィン射影モデルの因子分解法の利点を活かしているとは言えない。

植芝・富田 [8] はすべての画像をほぼ均等に扱うような評価関数を利用し，射影的奥行きを含む計測行列推定することにより射影的復元を行なう因子分解法を提案した。また，カメラがキャリブレートされている場合に射影的復元形状から Euclid 復元形状を求める手法も提案した。しかし，この手法は射影的奥行きを含んだ計測行列の推定のための反復計算の収束が遅いという欠点がある。

その一方で因子分解法とは違う枠組での運動と形状の推定手法も提案されている。 McLauchlan ら [3] は variable state-dimension フィルタを用いて，アフィン射影モデルと透視射影モデルの場合の運動と形状を逐次的に推定する手法を複数提案した。しかしながら，彼らの提案した手法のうち，実時間計算に耐えうる手法は最新の画像の影響を強く受けるという欠点がある。

そこで本稿では，カメラがキャリブレートされている場合に，短時間で逐次的に高精度で Euclid 復元する透視射影モデルを考慮した paraperspective モデルの逐次型因子分解法を提案する。

提案手法は線型手法のため数値計算上安定であり，すべての画像をなるべく均等に扱いながら運動と形状を復元するために特定の画像に誤差が含まれていても全体として安定な復元解を得ることができる。

提案手法は C-H 法を用いて高精度の復元を実現し，藤木ら [2] の主成分分析を用いてすべての画像をなるべく均等に扱いながら運動情報を圧縮する手法を用いて短時間に安定な復元を実現するという，両方の手法の利点を合わせもつ手法である。

本稿の構成は，第 2 章で Paraperspective モデルの因子分解法について，第 3 章で C-H 手法について俯瞰し，第 4 章において藤木ら [2] に則した形で透視射影モデルを考慮した paraperspective モデルの逐次型因子分解法を提案する。また，第 5 章において提案手法の性能評価のための実験を行なう。

なお，本稿で用いるキャリブレートされたカメラは，光軸と画像平面が直交し，光軸と画像平面の交点は既知で画像面上の原点でありアスペクト比は 1 であるとする。

2　Paraperspective モデルの因子分解法

本章では，paraperspective モデルの因子分解法について俯瞰する。ここで，カメラの焦点距離を l，第 f 画像面上の正規直交基底を $\overline{C}_f = (\boldsymbol{i}_f, \boldsymbol{j}_f)^{\mathrm{T}}$，カメラの光軸方向の単位ベクトルを $\boldsymbol{k}_f$，第 f 画像空間におけるカメラ中心の世界座標を $\boldsymbol{t}_f$，第 p 特徴点の世界座標を $\boldsymbol{s}_p$ とする $(f = 1, \ldots, F; p = 1, \ldots, P)$。

またカメラ基底行列を $C_f = (\boldsymbol{i}_f, \boldsymbol{j}_f, \boldsymbol{k}_f)^{\mathrm{T}}$ とする。

2.1　Paraperspective 射影

通常 paraperspective 射影を考えるとき，立体の重心とカメラ中心を結ぶ方向に射影するが，本稿では C-H 手法を適用するため，立体の特徴点の一つである $\boldsymbol{s}_*$ とカメラ中心を結ぶ方向に射影する。このときモデルを $\boldsymbol{s}_*$ からの各特徴点 $\boldsymbol{s}_p$ 及び $\boldsymbol{t}_f$ の相対座標

$$\boldsymbol{s}^*_p = \boldsymbol{s}_p - \boldsymbol{s}_*, \quad \boldsymbol{t}^*_f = \boldsymbol{t}_f - \boldsymbol{s}_* \tag{1}$$

を用いて記述すると簡単になる。

第 p 特徴点を第 f 画像面上に paraperspective 射影した画像座標を $\boldsymbol{x}^{\mathrm{para}}_{fp}$ とし，着目した特徴点の画像

座標 $\boldsymbol{x}_{f*}^{\mathrm{para}}$ からの各特徴点の相対画像座標を

$$\boldsymbol{x}_{fp}^{*\mathrm{para}} = \boldsymbol{x}_{fp}^{\mathrm{para}} - \boldsymbol{x}_{f*}^{\mathrm{para}} \tag{2}$$

とすると,

$$\boldsymbol{x}_{fp}^{*\mathrm{para}} = \frac{1}{\lambda_{f*}}(l\,\overline{C}_f - \boldsymbol{x}_{f*}^{\mathrm{para}}\boldsymbol{k}_f{}^{\mathrm{T}})\boldsymbol{s}_p^*, \quad \lambda_{f*} = -\boldsymbol{k}_f^{\mathrm{T}}\boldsymbol{t}_f^* \tag{3}$$

が成立する。ここで λ_{f*} は特徴点 $*$ の奥行きパラメータである。

2.2 因子分解法

式 (3) において

$$W_f^* = (\boldsymbol{x}_{f1}^{*\mathrm{para}}, \ldots, \boldsymbol{x}_{fP}^{*\mathrm{para}}), \tag{4}$$

$$W^* = (W_1{}^{\mathrm{T}}, \ldots, W_F{}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}, \tag{5}$$

$$M_f = \frac{1}{\lambda_{f*}}(l\,\overline{C}_f - \boldsymbol{x}_{f*}^{\mathrm{para}}\boldsymbol{k}_f{}^{\mathrm{T}}), \tag{6}$$

$$M = (M_1{}^{\mathrm{T}}, \ldots, M_F{}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}, \tag{7}$$

$$S^* = (\boldsymbol{s}_1^*, \ldots, \boldsymbol{s}_P^*) \tag{8}$$

とおくと

$$W^* = MS^* \tag{9}$$

が成立する。

ここで W^*, M, S^* は**計測行列**, **運動行列**, **形状行列**と呼ばれる。

ここで式 (9) において**計量拘束**と呼ばれる関係式

$$M_f M_f^{\mathrm{T}} = \frac{1}{\lambda_{f*}^2}\left(l^2\,\mathrm{I}_2 + \boldsymbol{x}_{f*}^{\mathrm{para}}\boldsymbol{x}_{f*}^{\mathrm{para}\mathrm{T}}\right) \tag{10}$$

が成立するので, W^* を式 (10) をみたすように分解することができれば, カメラ運動と立体形状の両方を復元することができる。この分解を以下の手順で行うのが因子分解法である。

特異値分解 (SVD) などを用いて

$$\underset{(2F\times P)}{W^*} = \underset{(2F\times 3)}{\widehat{M}}\ \underset{(3\times P)}{\widehat{S}^*} = (\widehat{M}_1^{\mathrm{T}}, \ldots, \widehat{M}_F^{\mathrm{T}})\widehat{S}^* \tag{11}$$

のように暫定的に分解する。一般には計測誤差やモデルの線型近似誤差により計測行列のランクが 4 以上になるので通常は SVD において第 4 特異値以下を 0 とおくことによりランク 3 の計測行列を最小 2 乗推定する。なお, この時点で運動と形状はアフィン復元されている。

Euclid 復元を行なうには

$$M = \widehat{M}A, \quad S^* = A^{-1}\widehat{S}^* \tag{12}$$

なる可逆行列 A を, 計量拘束 (10) をみたすように求めれば良く, このとき $Q = AA^{\mathrm{T}}$ は

$$\widehat{M}_f Q \widehat{M}_f^{\mathrm{T}} = \frac{1}{\lambda_{f*}^2}\left(l^2\,\mathrm{I}_2 + \boldsymbol{x}_{f*}^{\mathrm{para}}\boldsymbol{x}_{f*}^{\mathrm{para}\mathrm{T}}\right) \tag{13}$$

をみたす。式 (13) は 3×3 正値対称行列 Q の 6 個の独立な成分に関する線型同次方程式であり, Q は 3 枚以上の本質的に異なる画像から定数倍の自由度を除いて求めることができる [5]。

A の一般解は, Q の Cholesky 分解を LL^{T} とおくと LU $({}^{\forall}U \in \mathrm{O}(3))$ となるので (付録 A), 運動行列及び形状行列の一般解は

$$M = \widehat{M}LU, \quad S^* = U^{\mathrm{T}}L^{-1}\widehat{S}^* \tag{14}$$

となる。ここで直交行列 U は世界座標系の選び方の自由度に相当する。このとき, 世界座標の回転によって移り合う解は同じ復元解であるから, これらの一般解は実質的には $\det U$ の正負に対応する互いに鏡映対称な 2 組の異なる復元解に限られることがわかる。

この段階で運動と形状の Euclid 復元解を (2 通り) 求めることができた。

次に第 f 運動行列 $M_f = (\boldsymbol{m}_f, \boldsymbol{n}_f)^{\mathrm{T}}$ から外部パラメータ $C_f, \boldsymbol{t}_f^*, \lambda_{f*}$ の復元について述べる。まず式 (10) により

$$\lambda_{f*} = \left(\frac{\det\left(l^2\,\mathrm{I}_2 + \boldsymbol{x}_{f*}^{\mathrm{para}}\boldsymbol{x}_{f*}^{\mathrm{para}\mathrm{T}}\right)}{\det(M_f M_f^{\mathrm{T}})}\right)^{1/4} \tag{15}$$

が成立する。次に

$$A_f = \frac{1}{\lambda_{f*}}(l\,\mathrm{I}_2, -\boldsymbol{x}_{f*}^{\mathrm{para}}) = (\boldsymbol{\alpha}_f, \boldsymbol{\beta}_f)^{\mathrm{T}}, \quad \widetilde{M_f} = (\boldsymbol{m}_f, \boldsymbol{n}_f, \boldsymbol{m}_f \times \boldsymbol{n}_f)^{\mathrm{T}}, \quad \widetilde{A_f} = (\boldsymbol{\alpha}_f, \boldsymbol{\beta}_f, \boldsymbol{\alpha}_f \times \boldsymbol{\beta}_f)^{\mathrm{T}} \tag{16}$$

とおくと $C_f, \boldsymbol{t}_f^*$ は

$$C_f = (\widetilde{A_f})^{-1}\widetilde{M_f}, \quad \boldsymbol{t}_f^* = -\frac{\lambda_{f*}}{l}C_f{}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}_{f*}^{\mathrm{para}\mathrm{T}}, l)^{\mathrm{T}} \tag{17}$$

によって求まる。以上により外部パラメータの復元が完了した。

3 Christy・Horaud の手法

本章では, Christy・Horaud[1] によって提案された透視射影の像から paraperspective 射影の像を反復推定する手法を因子分解法の枠組で, 射影的奥行きと関連付けて整理する。

3.1 Paraperspective 射影と透視射影

第 f 画像面上に第 p 特徴点を透視射影した画像座標を $\boldsymbol{x}_{fp}^{\mathrm{per}}$ とし, 着目した特徴点の画像座標 $\boldsymbol{x}_{f*}^{\mathrm{per}}$ からの各特徴点の相対画像座標を

$$\boldsymbol{x}_{fp}^{*\mathrm{per}} = \boldsymbol{x}_{fp}^{\mathrm{per}} - \boldsymbol{x}_{f*}^{\mathrm{per}} \tag{18}$$

とすると,

$$\boldsymbol{x}_{fp}^{*\mathrm{per}} = \frac{1}{\lambda_{fp}}\left(l\,\overline{C}_f - \boldsymbol{x}_{f*}^{\mathrm{per}}\boldsymbol{k}_f{}^{\mathrm{T}}\right)\boldsymbol{s}_p^*, \quad \lambda_{fp} = \lambda_{f*} + \boldsymbol{k}_f^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}_p^* \tag{19}$$

が成立する [8]。ここで λ_{fp} は**射影的奥行き**である。

今, $\boldsymbol{x}_{f*}^{\mathrm{para}} = \boldsymbol{x}_{f*}^{\mathrm{per}}$ であるから式 (3) と (19) により

$$\boldsymbol{x}_{fp}^{*\mathrm{para}} = \mu_{fp}^*\boldsymbol{x}_{fp}^{*\mathrm{per}}, \quad \mu_{fp}^* = \frac{\lambda_{fp}}{\lambda_{f*}} \tag{20}$$

が成立する。 μ_{fp}^* は第 f 画像における特徴点 $*$ を基準とした第 p 特徴点の**相対射影的奥行き**である。

3.2　C-H 手法のアルゴリズム

Christy・Horaud[1] の手法は式 (20) を用いて透視射影の画像座標から paraperspective 射影の画像座標を反復的に推定することによって paraperspective 射影モデルの因子分解法の運動と形状の復元精度を高める手法である。

ここで計測行列 $W^*(t)$ を

$$W^*(t) = \begin{pmatrix} \mu^*_{11}(t)\boldsymbol{x}^*_{11} & \dots & \mu^*_{1P}(t)\boldsymbol{x}^*_{1P} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu^*_{F1}(t)\boldsymbol{x}^*_{F1} & \dots & \mu^*_{FP}(t)\boldsymbol{x}^*_{FP} \end{pmatrix} \tag{21}$$

とする。ここで t は反復回数を表わすパラメータであり, なお $\boldsymbol{x}^*_{fp} = \boldsymbol{x}_{fp} - \boldsymbol{x}_{f*}$ は, 実際に観測された値である。

このとき C-H 手法のアルゴリズムは以下のようにして実現される。

(0) $\mu^*_{fp}(0) = 1$ とおき, 因子分解法により Euclid 復元を行なう。このとき
一方の復元解を $M^{(+)}(0), S^{*(+)}(0)$, その鏡映解を $M^{(-)}(0), S^{*(-)}(0)$ とし,

$$\mu^{*(\pm)}_{fp}(1) = 1 + \frac{\boldsymbol{k}^{(\pm)}_f(0)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}^{*(\pm)}_p(0)}{\lambda^{(\pm)}_{f*}(0)}.$$

を用いて, それぞれの解に対して $\mu^{*(\pm)}_{fp}(1)$ を計算する (以下, 複号同順)。

(1) $\mu^{*(\pm)}_{fp}(t)$ を用いて計測行列 $W^{(\pm)}(t)$ を計算する。

(2) 因子分解法による Euclid 復元を行なう。

(3) それぞれの $W^{*(\pm)}(t)$ から得られる 2 組の復元解のうち $M^{(\pm)}(t), S^{*(\pm)}(t)$ と同じ向き, すなわち

$$\det S^{*(\pm)}(t+1)S^{*(\pm)}(t)^{\mathrm{T}} > 0$$

をみたす組を $M^{(\pm)}(t+1), S^{*(\pm)}(t+1)$ と定める。

(4) 次式を用いて $\mu^{*(\pm)}_{fp}(t)$ を計算する。

$$\mu^{*(\pm)}_{fp}(t+1) = 1 + \frac{\boldsymbol{k}^{(\pm)}_f(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}^{*(\pm)}_p(t)}{\lambda^{(\pm)}_{f*}(t)}.$$

(5) $\mu^{*(\pm)}_{fp}(t)$ が適当に定めた閾値 ϵ に対して

$$\max_{f,p} |\mu^{*(\pm)}_{fp}(t+1) - \mu^{*(\pm)}_{fp}(t)| \leqq \epsilon$$

をみたしていなければ **(1)** に戻る。

(6) $M^{(\pm)}$ から計算された外部パラメータを用いて式 (19) から透視射影による画像座標 $\widehat{\boldsymbol{x}}^*_{fp}$ を再計算して $M^{(+)}, S^{*(+)}$ 及び $M^{(-)}, S^{*(-)}$ のうち, 観測された画像座標とのずれ

$$\sum_{f=1}^{F}\sum_{p=1}^{P}\left\|\widehat{\boldsymbol{x}}^*_{fp} - \boldsymbol{x}^*_{fp}\right\|^2$$

を小さくする方を復元解として選ぶ。

4　透視射影を考慮した逐次型因子分解法

本章では, 提案手法である透視射影を考慮した paraperspective モデルの因子分解法の主要な処理について説明し, その後に提案手法のアルゴリズムについて説明する。

4.1　世界座標の固定

画像座標からの運動と形状の復元には世界座標の選び方の自由度が伴い, 同じ運動と形状の復元結果であっても, 座標系によって表現が異なる。そのため運動と形状を固定した世界座標系で表現する必要がある。そのためには 2 つの推定された形状行列を結ぶ直交行列を推定すれば良く, 本稿では, 2 つの形状行列を結ぶ直交行列を最小 2 乗推定する。ここで前処理として 2 つの形状行列を構成する特徴点の重心が原点になるように平行移動しておく (以下, この操作を行なっていることを $^{(G)}$ という記号で表す)。

形状行列の基準世界座標系における表現及び別の座標系における表現を, それぞれ $S^{(G)}_{\mathrm{ref}}$, $S^{(G)}_{\mathrm{ob}}$ とする。このとき $S^{(G)}_{\mathrm{ob}}$ を基準世界座標に変換する直交行列, つまり $S^{(G)}_{\mathrm{ref}} = \mathcal{E}S^{(G)}_{\mathrm{ob}}$ をみたす直交行列 $\mathcal{E}$ の最小 2 乗推定値

$$\mathcal{E} = \operatorname*{argmin}_{RR^{\mathrm{T}}=\mathrm{I}_3} ||S^{(G)}_{\mathrm{ref}} - RS^{(G)}_{\mathrm{ob}}|| \tag{22}$$

は, $S^{(G)}_{\mathrm{ref}}S^{(G)\mathrm{T}}_{\mathrm{ob}}$ の SVD を

$$S^{(G)}_{\mathrm{ref}}S^{(G)\mathrm{T}}_{\mathrm{ob}} = UDV^{\mathrm{T}} \tag{23}$$

とすると,

$$\mathcal{E} = UV^{\mathrm{T}} \tag{24}$$

によって求まる (証明は付録 B)。

4.2　隠れ点の処理

特徴点が隠れた場合は, 観測された点の世界座標だけからなる計測行列を用いて観測された点の世界座標のみを更新し, 隠れた点については世界座標は更新しない。

4.3　新しい特徴点の追加

新しく観測された特徴点は, 2 枚以上の画像において世界座標が既知の 4 点以上の点と同時に観測されれば, その世界座標を求めることができる。

画像集合 $\mathcal{F} = \{f_1, \dots, f_J\}$ 全体において観測された新しい特徴点の, 基準点からの相対画像座標に射影的奥行きを考慮したものを縦に並べたものを

$$\boldsymbol{X}^*_{\langle\mathcal{F}\rangle,\mathrm{new}} = (\mu^*_{f_1,\mathrm{new}}\boldsymbol{x}^{*\mathrm{T}}_{f_1,\mathrm{new}}, \dots, \mu^*_{f_J,\mathrm{new}}\boldsymbol{x}^{*\mathrm{T}}_{f_J,\mathrm{new}})^{\mathrm{T}} \tag{25}$$

とする。

また, 画像集合 $\mathcal{F}$ 全体において観測されている世界座標が既知の点からなる計測行列, 運動行列及び形状行列を $W^*_{\langle\mathcal{F}\rangle}$, $M_{\langle\mathcal{F}\rangle}$, $S^*_{\langle\mathcal{F}\rangle}$ とする。このとき

$$S^*_{\langle\mathcal{F}\rangle} = \mathcal{T}_{\langle\mathcal{F}\rangle}W^*_{\langle\mathcal{F}\rangle} \tag{26}$$

をみたす画像座標から世界座標への変換行列は

$$\mathcal{T}_{\langle\mathcal{F}\rangle} = \left[M_{\langle\mathcal{F}\rangle}^{\mathrm{T}} M_{\langle\mathcal{F}\rangle}\right]^{-1} M_{\langle\mathcal{F}\rangle}^{\mathrm{T}} \tag{27}$$

である。この $\mathcal{T}_{\langle\mathcal{F}\rangle}$ を用いて以下の手続きで新しく観測された特徴点の世界座標を推定することができる。

(1) $\mu^*_{f_j,\mathrm{new}} = 1$ とする

(2) 以下の式を用いて $\boldsymbol{s}^*_{\mathrm{new}}$ を求める。

$$\boldsymbol{s}^*_{\mathrm{new}} = \mathcal{T}_{\langle\mathcal{F}\rangle}\boldsymbol{X}^*_{\langle\mathcal{F}\rangle,\mathrm{new}} \tag{28}$$

(3) 以下の式を用いて $\mu^*_{f_j,\mathrm{new}}$ を更新する。

$$\mu^*_{f_j,\mathrm{new}} = 1 + \frac{\boldsymbol{k}_{f_j}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}^*_{\mathrm{new}}}{\lambda_{f_j*}}. \tag{29}$$

(4) $\mu^*_{f_j,\mathrm{new}}$ が収束していなければ **(2)** に戻る。

4.4 運動情報の圧縮

計測行列の各行は形状行列の運動行列の各行の方向への射影を表わす。よって計測行列から復元された立体形状の各方向から見た信頼度は運動行列の各行の共分散行列で与えられるとして良い。よって運動行列を主成分分析して共分散行列を保存したまま運動情報を圧縮すれば, 計測行列から得られる立体形状の信頼度を失うことなく計測行列の情報を圧縮することができる。

運動行列 M の SVD を

$$M = F\Lambda E,$$
$$\Lambda = \mathrm{diag}\{\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3\} \quad (\lambda_1 \geqq \lambda_2 \geqq \lambda_3) \tag{30}$$

とすると, λ_i は M の第 i 主成分であり, E の第 i 行は第 i 主成分ベクトルであるから,

$$\mathcal{M} = \Lambda E \tag{31}$$

の各行と M の各行は等しい共分散行列をもつ。

よって $\mathcal{M}$ と M のもつ運動情報は同等であると考えることができる。つまり 3×3 行列 $\mathcal{M}$ によって $2F\times3$ 行列 M の運動情報が抽出されたと考えることができる。この $\mathcal{M}$ を**主成分運動行列**と呼ぶ。

このとき主成分運動行列に対する計測行列 (**主成分計測行列**と呼ぶ) 及び計量拘束は

$$\mathcal{W}^* = \mathcal{M}S^*, \quad \mathcal{M}\mathcal{M}^{\mathrm{T}} = \Lambda^2 \tag{32}$$

と表現される。

4.5 基準点の変更

新しく観測された画像において基準点が観測されなかった場合は以下の手続きによって基準点を変更する。

基準点 A からの相対形状行列を

$$S^A = (\boldsymbol{s}_1^A,\ldots,\boldsymbol{s}_P^A) \tag{33}$$

とし, 基準点 A からの相対形状行列を

$$S^B = (\boldsymbol{s}_1^B,\ldots,\boldsymbol{s}_P^B) \tag{34}$$

とすると

$$S^B = S^A - \boldsymbol{s}_B^A\boldsymbol{1}_P^{\mathrm{T}} \tag{35}$$

である。よって基準点を B としたときの主成分計測行列 $\mathcal{W}^B$ は

$$\mathcal{W}^B = \mathcal{W}^A - \mathcal{M}\boldsymbol{s}_B^A\boldsymbol{1}_P^{\mathrm{T}} \tag{36}$$

となる。

また, 新しい特徴点の追加において格納されていた基準点 A からの相対画像座標 $\boldsymbol{x}^{A,\mathrm{per}}_{f_j,\mathrm{new}}$ を基準点 B からの相対画像座標 $\boldsymbol{x}^{B,\mathrm{per}}_{f_j,\mathrm{new}}$ に変換するには

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{x}^{B,\mathrm{per}}_{f_j,\mathrm{new}} &= \boldsymbol{x}^{A,\mathrm{per}}_{f_j,\mathrm{new}} - \boldsymbol{x}^{A,\mathrm{per}}_{f_j,B} \\
&= \boldsymbol{x}^{A,\mathrm{per}}_{f_j,\mathrm{new}} - \frac{1}{\mu^A_{f_j,B}}\boldsymbol{x}^{A,\mathrm{para}}_{f_j,B} \\
&= \boldsymbol{x}^{A,\mathrm{per}}_{f_j,\mathrm{new}} - \mu^B_{f_j,A}M_{f_j}\boldsymbol{s}_B^A \\
&= \boldsymbol{x}^{A,\mathrm{per}}_{f_j,\mathrm{new}} - \frac{\boldsymbol{k}_{f_j}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}_A^B}{\lambda_{f_j,B}}M_{f_j}\boldsymbol{s}_B^A \\
&= \boldsymbol{x}^{A,\mathrm{per}}_{f_j,\mathrm{new}} + \frac{\boldsymbol{k}_{f_j}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}_A^B}{\lambda_{f_j,B}}M_{f_j}\boldsymbol{s}_A^B
\end{aligned} \tag{37}$$

である (式変形には付録 C を用いた)。

4.6 アルゴリズム

(0) $k(\geqq 3)$ 枚の画像によって構成される計測行列 $W_{[k]}$ から C-H 手法を用いて Euclid 的復元し, **4.4** の手法により第 k 主成分運動行列 $\mathcal{M}_{[k]}$, 第 k 主成分計測行列 $\mathcal{W}_{[k]}$ 及び計量拘束

$$\mathcal{M}_{[k]}\mathcal{M}_{[k]}^{\mathrm{T}} = \Lambda^2_{[k]}$$

を求める。良く知られているように, 3 枚以上の本質的に異なるアフィン射影画像から運動と形状の両方を復元することができる。なお, ここで得られた運動行列 $M_{[k]}$ と形状行列 $S_{[k]}$ を記述した座標系をを基準世界座標系とする。

(1) 第 $f(> k+1)$ 画像で観測された P' 個の特徴点からなる第 f 計測行列

$$W^*_f(t) = (\mu^*_{f1}(t)\boldsymbol{x}^*_{f1},\ldots,\mu^*_{fP'}(t)\boldsymbol{x}^*_{fP'})$$

及び観測された特徴点によってのみ構成される第 $f-1$ 主成分計測行列 $\mathcal{W}^*_{[f-1]}$ から第 f 逐次計測行列 $W^*_{[f]}(t)$ を

$$W^*_{[f]}(t) = ({\mathcal{W}^*_{[f-1]}}^{\mathrm{T}}, W^*_{[f]}(t)^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$$

によって構成する (各画像座標は, 着目した特徴点からの相対座標である)。

(2) C-H 手法を用いて Euclid 的復元し, **4.1** の手順により基準世界座標系における運動行列 $M_{[f]}$ 及び形状行列 $S_{[f]}$ を求める。このとき, 第 f 運動行列 M_f は $M_{[f]}$ の下の 2 行として求まる。
なお, C-H アルゴリズムの反復計算において第 f 計測行列 $W^*_f(t)$ のみ更新し, 第 $f-1$ 主成分計測行列 $\mathcal{W}^*_{[f-1]}$ は更新しない。ここで鏡映解の不定性は

$$\det S_{[f]}{S_{[f-1]}}^{\mathrm{T}} > 0$$

をみたす組を選ぶことにより除くことができる。

(3) **4.2**, **4.3** の手順で隠れ点の処理及び新しく観測された点の追加を行なう。この段階で第 f 画像を用いた運動と形状の復元は完了する。

(4) 運動情報の抽出する。第 f 逐次運動行列 $M_{[f]}$ から第 f 主成分運動行列 $\mathcal{M}_{[f]}$, 第 f 主成分形状

行列 $\mathcal{W}^{*}_{[f]}$ 及び計量拘束

$$\mathcal{M}_{[f]}\mathcal{M}_{[f]}^{\mathrm{T}} = \Lambda^2_{[f]}$$

を求める。

5　実験

5.1　データ生成

実験には人工データを用いた。92 特徴点 $\{\boldsymbol{s}_p\}_{p=1}^{92}$ を半径 150 mm の球面上に図 1 のように選んだ。カメラはピンホールカメラを仮定し，その内部パラメータは既知とした。焦点距離は 35mm カメラ相当で 84mm，各ピクセルは 8μm 正方とした。実験に用いた画像は

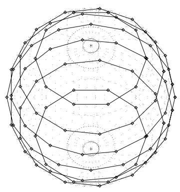

図 1. 生成された特徴点

121 枚であり，それら画像のカメラ基底行列 C_f は $C_f{}^{\mathrm{T}} = R_y(\pi f/60)$ とした。球の中心とカメラ中心の距離は第 1 画像が 1200mm で第 121 画像が 800mm であるように単調に変化させた。各画像は 640×480 ピクセルからなるものとし，画像座標における球の中心は $(80, 80)$ から $(10, 10)$ となるように単調に変化させた。第 1 画像と第 121 画像を図 2 に示す。画像座標はサブピクセル単位に標本化し，球は不透明，つまり球の裏側の特徴点は観測されないものとした。また，初めの 10 画像を初期段階の推定に用いた。新しい特徴点の追加は連続する 10 画像において観測された時点で行なった。また，C-H アルゴリズムにおける収束の閾値は $\epsilon = 0.0001$ とした。このとき，4～5 回の反復で収束した。

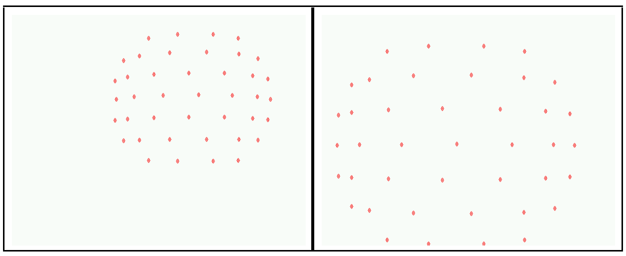

図 2. 第 1 画像 (左) と第 121 画像 (右)

5.2　形状と運動の復元誤差

提案手法 (PERRFM) の形状と運動の復元誤差を，アフィン射影の逐次因子分解法 [2](PARARFM) と比較した。

図 3 に球が透明の場合，つまり，全ての特徴点が常に観測されている場合の形状復元誤差を，図 4 に球が不透明の場合，つまり，特徴点の隠れや追加を考慮した場合の形状復元誤差を示す。このとき，これらの復元結果との比較として，全ての特徴点が観測された場合に全画像を用いたバッチ処理によるアフィン射影の因子分解法 [5](PARA) による復元誤差と全画像を用いたバッチ処理による C-H 手法 (PER) による復元誤差も併せて載せた。ここで形状復元誤差は

$$\frac{\left\| S^{(G)\mathrm{true}} - S^{(G)\mathrm{estimated}} \right\|}{\left\| S^{(G)\mathrm{true}} \right\|} \times 100(\%) \qquad (38)$$

で評価した。

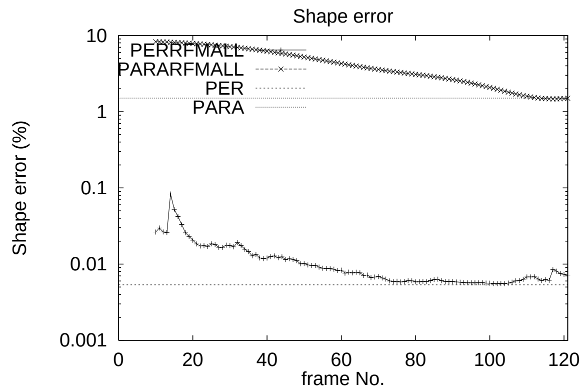

図 3. 形状復元誤差 (隠れなし)

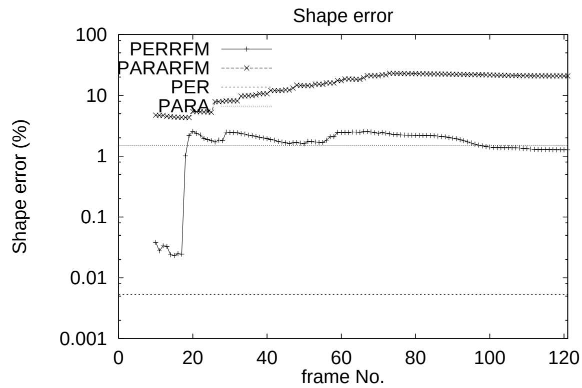

図 4. 形状復元誤差 (隠れあり)

また，提案手法の運動の復元誤差を，アフィン射影の逐次因子分解法 [2] の手法と比較した。

図 5 に球が透明の場合，図 6 に球が不透明の場合の運動復元誤差を示す。ここで形状復元誤差の代表として $\boldsymbol{i}_f$ の復元誤差のみを示した。$\boldsymbol{j}_f, \boldsymbol{k}_f$ の復元誤差については $\boldsymbol{i}_f$ の復元誤差と同様の振舞いをした。ここで運動復元誤差は，真の方向と推定された方向との成す角度によって評価した。

また，図 7 に提案手法とアフィン射影の逐次因子分解法 [2] の復元形状の比較を示す。上下段とも，左は極から見た，右は赤道から見た復元形状である。

これらの結果より，提案手法の運動と形状の復元精度は，アフィン射影モデルの逐次因子分解法 [2] やバッチ処理によるアフィン射影の因子分解法 [5] に比べて非常に高いことがわかる。また，球が不透明の場合も，隠れ点があったり，新しい特徴点を追加した時点で一

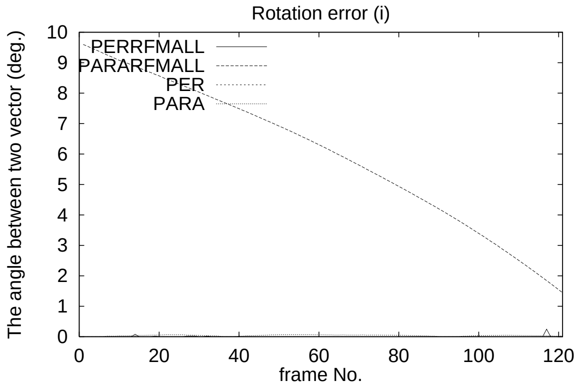

図 5. 運動復元誤差 (隠れなし)

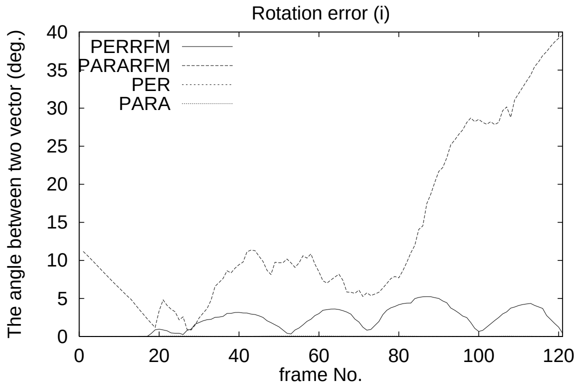

図 6. 運動復元誤差 (隠れあり)

時的に復元誤差が増える傾向にあるものの，十分高精度の復元が達成できていることがわかる。

5.3 計算時間

5.1 で与えられたデータの提案した手法による実際の計算時間はほぼ 1 秒であった。しかし，更新段階における計算時間は全特徴点の数ではなく各時点で観測された特徴点の数に依存するため，状況によって大きく変化する。そこで，隠れの問題を考えずに，全特徴点が観測された場合の計算時間をバッチ処理の因子分解法と比較する。

計算には Pentium II 450MHz PC を用いた。用いた画像の枚数は 121 枚で固定し，特徴点を 20 点から 100 点まで増やし，計算時間を測定した。計算時間には，特徴点の選択や追跡にかかった時間は含まれていない。また，バッチ処理の因子分解法の計算時間は，各段階において，すべての画像座標を用いてバッチ処理をした計算時間を合計したものである。また，表中の real_time は実時間処理が可能となる境界である。

提案手法はオリジナルのバッチ処理の因子分解法に比べて計算時間を非常に短縮していることが分かる (図 8)。また，藤木ら [2] の手法に C-H 手法を組み合わせたために，藤木ら [2] の手法よりも計算時間がかかっているが，提案手法はそれを補う程の高精度の復元を達成している。

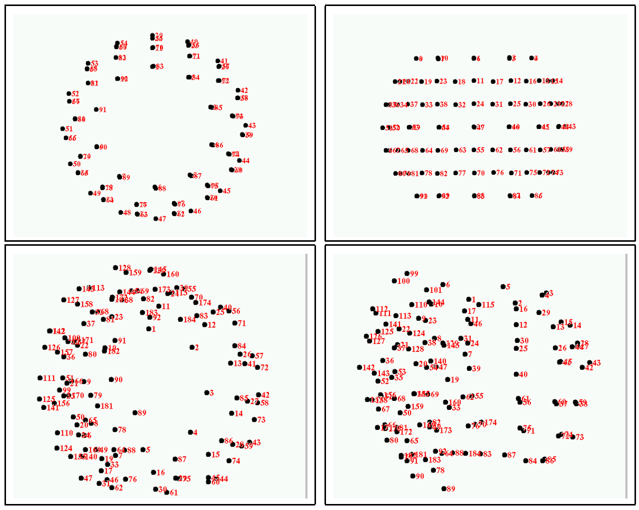

図 7. 提案手法 (上) と藤木ら [2] の手法 (下) の復元形状

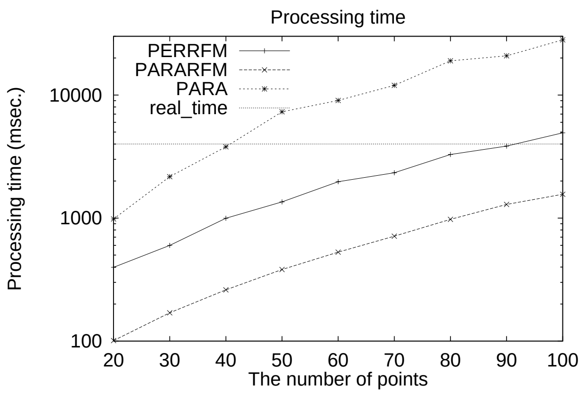

図 8. 計算時間

6 結論

本稿では，画像を得る毎にカメラ運動と立体形状を推定する透視射影に基づいた paraperspective 射影モデルの因子分解法を提案した。提案手法はバッチ処理のアフィン射影モデルの因子分解法に比べて高速で高精度の復元を達成した。また，この提案手法は，主成分分析を用いて情報圧縮を行なっているため，特定の誤差の大きく含まれる画像の影響を受けにくい手法である。

謝辞

本研究の機会を与えて下さった情報科学部長橋田浩一博士，知能情報部長大津展之博士，情報ダイナミクスラボリーダー梅山伸二博士，適応ビジョンラボリーダー坂上勝彦博士に深く感謝致します。また，様々な御討論を頂きました，情報ダイナミクスラボ，適応ビジョンラボの皆様に深く感謝致します。

付録 A

A, B が $n \times n$ 行列のとき, $AA^{\mathrm{T}} = BB^{\mathrm{T}}$ であることと, $B = AR$ なる直交行列 R が存在することは同値である。

証明は以下の通りである。

$B = AR$ なる直交行列 R が存在するならば $AA^{\mathrm{T}} = BB^{\mathrm{T}}$ は明らかであるから, $AA^{\mathrm{T}} = BB^{\mathrm{T}}$ であるならば, $B = AR$ なる直交行列 R が存在することを証明する。

今, $\mathrm{rank}(AA^{\mathrm{T}}) = \mathrm{rank}(BB^{\mathrm{T}}) = r$ とすると, $\mathrm{rank}A = \mathrm{rank}B = r$ であり, $AA^{\mathrm{T}} = BB^{\mathrm{T}}$ は非負対称行列であるから, U なる直交行列と, Λ なる可逆な対角行列が存在して

$$U(AA^{\mathrm{T}})U^{\mathrm{T}} = U(BB^{\mathrm{T}})U^{\mathrm{T}} = \Lambda \begin{pmatrix} \mathrm{I}_r & \mathrm{O} \\ \mathrm{O} & \mathrm{O} \end{pmatrix} \Lambda \quad (39)$$

と書くことができる。よって

$$P = \Lambda^{-1}UA, \quad Q = \Lambda^{-1}UB \quad (40)$$

とおくと

$$PP^{\mathrm{T}} = QQ^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} \mathrm{I}_r & \mathrm{O} \\ \mathrm{O} & \mathrm{O} \end{pmatrix} \quad (41)$$

が成立する。よって,

$$P = (P_1|\mathrm{O}), \quad Q = (Q_1|\mathrm{O}), \quad (42)$$

$$P_1{P_1}^{\mathrm{T}} = Q_1{Q_1}^{\mathrm{T}} = \mathrm{I}_r \quad (43)$$

という型をしている。今 P_3, Q_3 を

$$\tilde{P} = (P_1|P_3), \quad \tilde{Q} = (Q_1|Q_3) \in \mathrm{O}(n) \quad (44)$$

となるように定める。このとき, $R = \tilde{P}^{\mathrm{T}}\tilde{Q}$ とおくと, R は直交行列であり

$$AR = U\Lambda P\tilde{P}^{\mathrm{T}}\tilde{Q} \quad (45)$$

$$= U\Lambda(P_1|\mathrm{O}) \begin{pmatrix} P_1^{\mathrm{T}} \\ P_3^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} \tilde{Q} \quad (46)$$

$$= U\Lambda \begin{pmatrix} \mathrm{I}_r & \mathrm{O} \\ \mathrm{O} & \mathrm{O} \end{pmatrix} (Q_1|Q_3) \quad (47)$$

$$= U\Lambda(Q_1|\mathrm{O}) = B \quad (48)$$

が成立する (証明終)。

なお $r = n$ のときは, このような R は一意に定まるが, $r \neq n$ のときは, このような R は, 自由度 $n - r$ をもって定まる。

付録 B

A, B を $m \times n$ 行列, R を $m \times m$ 直交行列, AB^{T} の SVD を UDV^{T} とするとき,

$$\underset{R}{\mathrm{argmin}}\, ||A - RB||^2 = UV^{\mathrm{T}} \quad (49)$$

である。

証明は以下の通りである。

目的関数 F を次のように定める。

$$F = ||A - RB||^2 + \mathrm{tr}(L(R^{\mathrm{T}}R - \mathrm{I}_m)) \quad (50)$$

ここで L は対称ラグランジュ乗数行列である。このとき,

$$\frac{\partial F}{\partial R} = -2AB^{\mathrm{T}} + 2RBB^{\mathrm{T}} + 2RL = 0, \quad (51)$$

$$\frac{\partial F}{\partial L} = R^{\mathrm{T}}R - \mathrm{I}_m = 0 \quad (52)$$

である。ここに $L' = BB^{\mathrm{T}} + L$ とおくと,

$$RL' = AB^{\mathrm{T}} \quad (53)$$

であるから,

$$L'^{\mathrm{T}}L' = VD^2V^{\mathrm{T}} \quad (54)$$

となる。 L' は対称行列であるから $L' = VDV^{\mathrm{T}}$ となり,

$$R = AB^{\mathrm{T}}(L')^{-1} = UV^{\mathrm{T}} \quad (55)$$

となる (証明終)。

付録 C

相対射影的奥行きに関して

$$\mu^B_{fp} = \frac{\mu^A_{fp}}{\mu^A_{fB}} \quad (56)$$

が成立する。

証明は以下の通りである。

$$\mu^*_{fp} = \frac{\lambda_{fp}}{\lambda_{f*}} \quad (57)$$

であるから

$$\mu^B_{fp}\mu^A_{fB} = \frac{\lambda_{fp}}{\lambda_{fB}} \cdot \frac{\lambda_{fB}}{\lambda_{fA}} = \frac{\lambda_{fp}}{\lambda_{fA}} = \mu^A_{fp} \quad (58)$$

となる (証明終)。

参考文献

[1] S. Christy and R. Horaud, "Eulidean reconstruction: from paraperspective to perspective," Proc. 4th ECCV, vol.2, pp.129–140, 1996.

[2] 藤木, 蔵田, 田中, "一般アフィン射影モデルの逐次型因子分解法," 信学技報, PRMU 98-118, pp.45–52, 1998.

[3] P.F. McLauchlan and D.W. Murray, "A unifying framework for structure and motion recovery from image sequences," Proc 5th ICCV, pp.314–320, 1995.

[4] T. Morita and T. Kanade, "A sequential factorization method for recovering shape and motion from image streams," IEEE Trans. PAMI, vol.19, no.8, pp.858–867, 1997.

[5] C.J. Poelman and T. Kanade, "A paraperspectve factorization method for shape and motion recovery," IEEE Trans. PAMI, vol.19, no.3, pp.206–218, 1997.

[6] P. Sturm and B. Triggs, "A factorization based algorithm for multi-image projective structure and motion," Proc. 4th ECCV, vol.2, pp.709–720, 1996.

[7] C. Tomasi and T. Kanade, "Shape and motion from image streams under orthography: a factorization method," IJCV, vol.9, no.2, pp.137–154, 1992.

[8] T. Ueshiba and F. Tomita, "A factorization method for projective and Euclidean reconstruction from multiple prespective views via iterative depth estimation," Proc. 5th ECCV, vol.1, pp.296–310, 1998.