新型ウイルス流行の感染力と再生産数

産業技術総合研究所　柳澤孝

1.　新型ウイルスの感染係数

一般に、流行や感染の様子は、微分方程式により解析的に調べることができます。新型ウイルスの感染についても同様だと考えられます。ウイルス流行の現在の状況を見てみましょう。4 月 6 日までの様子をグラフにすると下の図のようになります。図 1 には、アメリカ、イタリア、日本の感染者の 2 月 20 日以降の変化を示してあります。縦軸は感染者数であり、対数目盛りで示してあり、横軸は日数を単位にした時間の経過です。これから、イタリアの感染者数の増加はほぼ収まりつつということがわかります。グラフが横に寝てきているからです。アメリカは、3 月中旬に爆発的な増加がありましたが、その頃に比べると増加の仕方はゆるくなってきました。日本は、3 月下旬頃から急な増加に転じ始めました。高輪ゲートウェイ駅の新規開業に 4 万人、外国人によるウイルスの流入、日本人旅行者の海外からの帰国、各種イベントの開催など、引き金となり得ることが続きました。

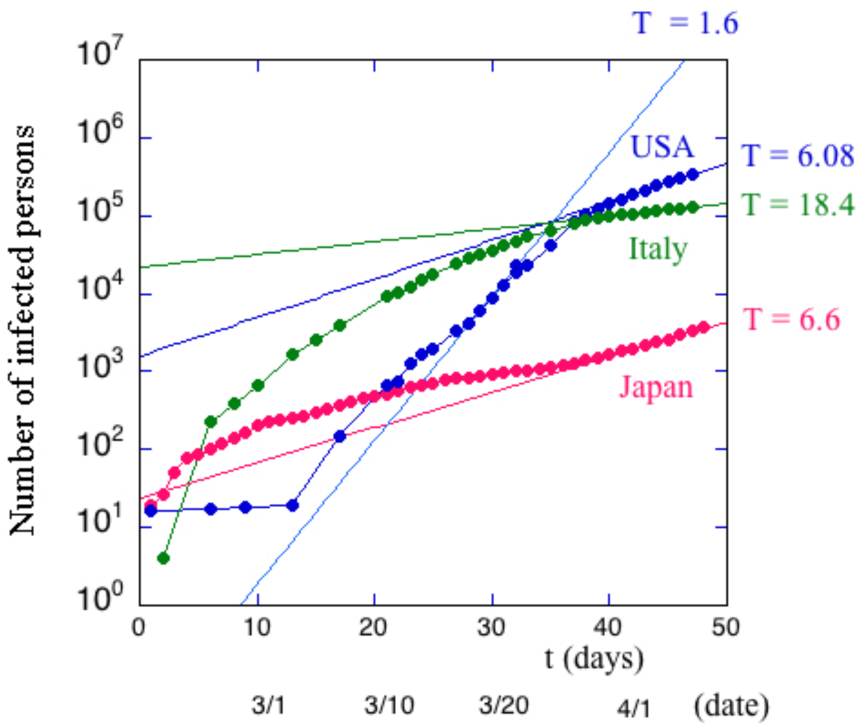

図 1. 感染者数の振る舞い。縦軸は対数で表示してあります。横軸 t は日数を表しています。

日本の感染者数は、3 月中旬までは緩やかに増えていましたが、その後増加率が変化し、3 月下旬から対数目盛りでほぼ直線により近似できるようになりました。すなわち指数関数

的に増大しています。この指数関数的振る舞いから、2 倍になるまで増加するのに要する日数を求めたものが、図において T により示したものです。4 月 6 日現在で、日本はおよそ

$$T = 6.6 \text{ 日}$$

あり、一週間弱で 2 倍となっています。アメリカは、一番増加率が高かった時は、T = 1.6 日でしたが、その後長くなってきました。日本も、この倍周期 T をいかに長くするかが課題です。現在の状況がそのまま続くとすると、一ヶ月後例えば 5 月 6 日に対応する日数を変数(t)に代入すると、約 8 万人という答えが返ってきます。アメリカについても同様にすると、恐ろしい数字が出てきますが、アメリカの場合は倍周期 T が長くなるモードに入っていますので、改善されていくと思われます。

なお、指数関数でフィットする際には、感染者数を$f(t)$とすると

$$f(t) = ce^{at}$$

の形の関数を使っています。aとc が定数であり、データに合うように決めます。定数aは倍周期 T と、T = (ln2)/a の関係にあり、aが小さくなっていくと良いことになります。

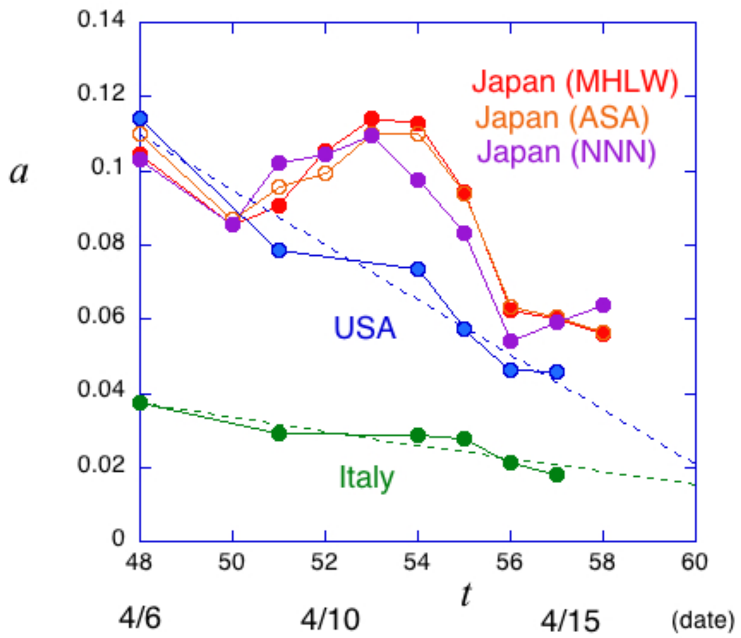

図 2. 係数aの変化。横軸 t は日数を表しています。

係数aを感染係数と呼ぶことにします。係数aの時間変化を調べてみましょう。4 月 6 日

から 10 日が過ぎた 16 日までのデータを図 2 に示します。イタリアとアメリカは減少しています。イタリアはaが 0.02 まで減少しています。0.022 は一つの目安であり、これより小さくなると、倍周期 T が一か月より長くなります。日本にとって良い情報は、4 月 12 日から係数aが減少する傾向を示し始めていることです。外出自粛の効果が現れたのかもしれません。単調に減少するようになると良いです。

また、日本のデータとしては、厚生労働省発表のもの（MHLW）と、メディアにより発表されているもの（ASA、NNN）を用いました。厚生労働省のデータは 12:00 付の文書で発表されますが、メディアでは 24:00 付で集計していると考えられ、集計数に半日のズレがあります。

係数aの 4 月 6 日から 2 週間がすぎた 4 月 20 日までの様子を図 3 に示します。一時期、世界同時的に減少が止まっていましたが、その後は減少する傾向が続いています。日本の感染係数aはアメリカに近づいています。4 月 6 日に 5 月 6 日の感染者数を予想した時、約 8 万人となりましたしたが、4 月 20 日のデータをもとに 5 月 6 日を予想すると、約 1.9 万人となり改善されてきています。

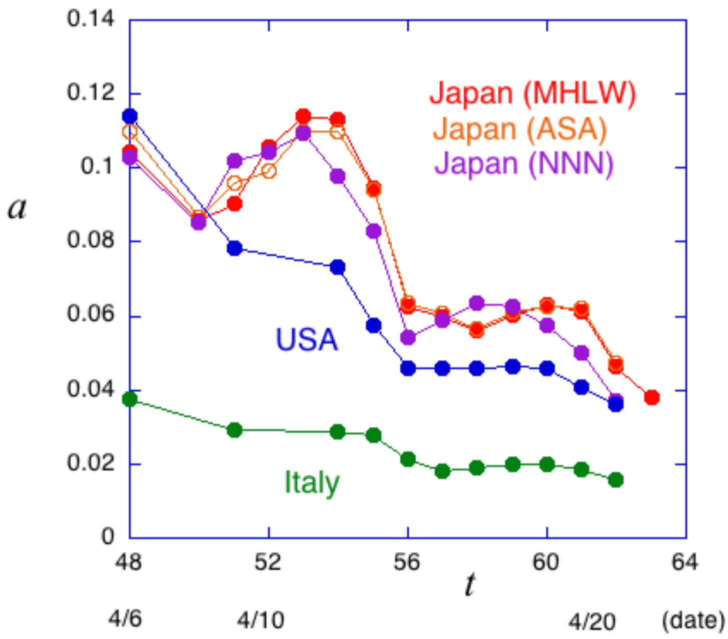

図 3. 4 月 20 日までの係数aの振る舞い。横軸 t は日数を表しています。

4 月 20 日から一週間がすぎての係数aは図 4 に示すようになっています。参考までに、イギリスも含めました。振動を繰り返していますが、減少傾向を示しています。この図から、ヨーロッパ諸国、アメリカ、日本は同様な減少のモードに入っていることがわかります。

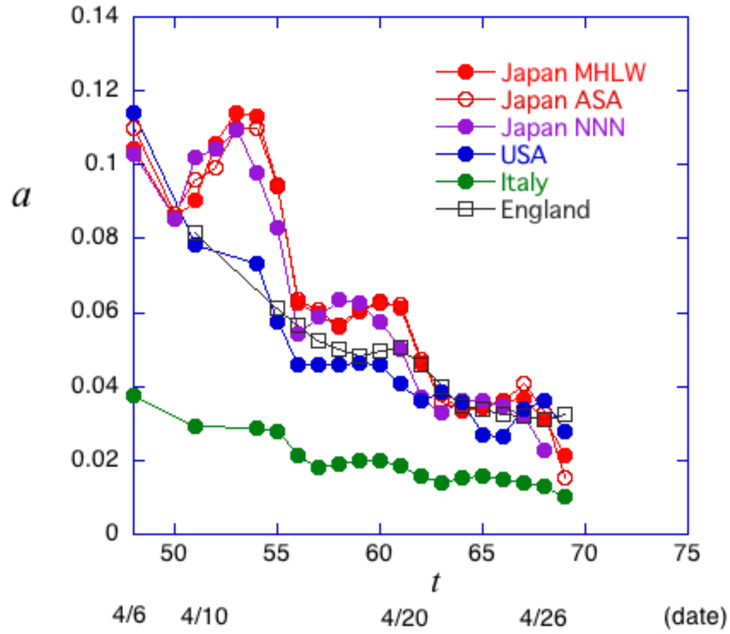

図 4. 係数aの振る舞い。横軸 t は日数を表しています。

感染者数の変化を図 5 に示します。ヨーロッパには感染者数の増大が著しい国が多いですが、日本と同様の変化を示している国もあります。スウェーデンがそのような国の一つであり、図 5 に加えました。感染者数の増加に関して、二つのパターンがあるようです。一つはイタリア、スペイン、イギリス、アメリカなどの型、もう一つは日本、スウェーデンの型です。このまま行きますと、日本やスウェーデンは爆発的感染を避けることができそうです。この違いの原因が何かはよくわかりません。

しかしながら、日本とイタリア、イギリス、スウェーデンとを比べると感染曲線に一つの違いがあります。それは、イタリアやイギリスは上に凸な一つの曲線（対数目盛りのグラフにおいて）によりほぼ表現できますが、日本は 3 月中旬までに一回収まりかけながら 3 月下旬から再度の指数関数的増大が始まったという点です。どうしてこのような振る舞いを示すのか考えて見ましょう。日本のデータには二つのピークがありますので、より厳密にやろうとすると複数の指数関数が必要となります。すなわち、二つの係数を導入するのが合理的です。二つの係数は起源が別であると考えることもできます。これは、3 月以降に新たに外部（外国）からウイルスが流入して、それが係数aを増大させる起源になったことを示唆しています。日本では第二波が起こり、それが収まりつつあると言うことです。第三波を起こさないためには、外国からのウイルス流入を抑えることが必要でることを示しています。現在までの係数aの変化を図 6 に示します。日本はイタリアとほぼ同じレベルです。アメリカの係数の減少が停滞しています。

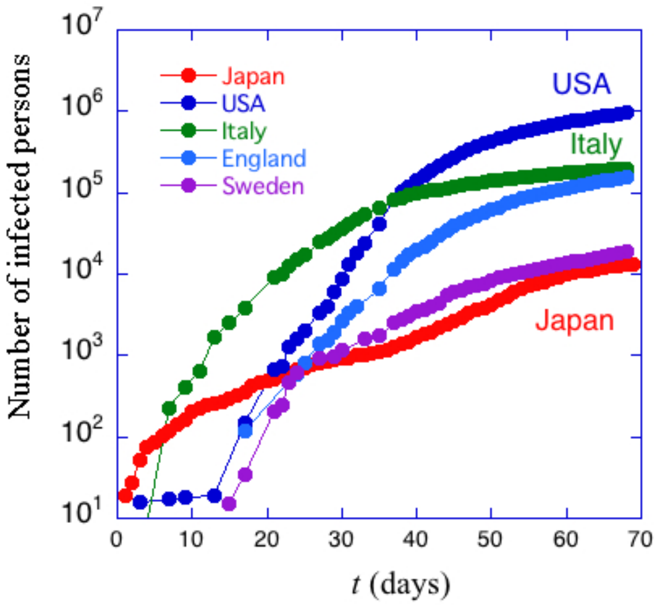

図 5. 2 月 19 日から 4 月 27 日までの感染者数の変化。横軸 t は日数を表しています。

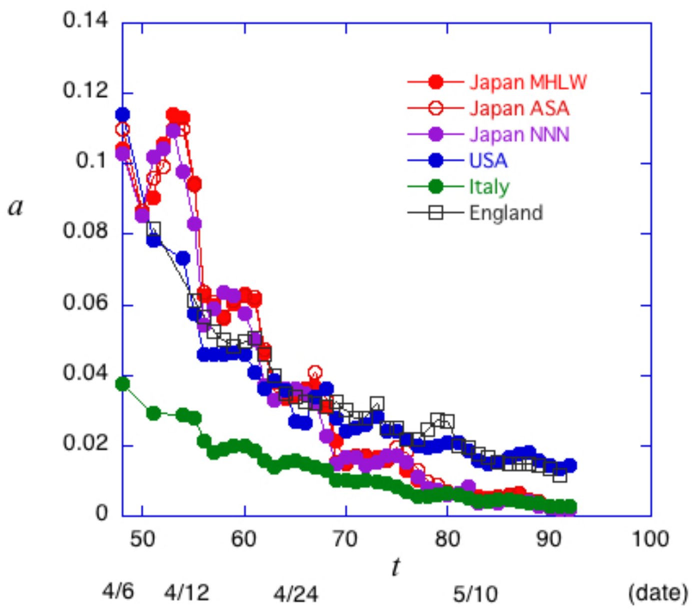

図 6. 感染係数aの変化。横軸tは日数を表しています。

2.　基本再生産数

流行を議論する際に、しばしば基本再生産数などの再生産数が取り上げられます。一人の感染者が何人の人を感染させたかを表す数です。一人の人が期間T_rにR人にウイルスをうつしたとします。Rが再生産数となります。T_rはその人が感染してから他の人にうつす可能性のある期間です。感染しても自分の免疫力で直ってしまったり、隔離されたりすると他の人感染させることはなくなります。そのような平均の期間（日数）です。t日に累積感染者数が$f(t)$とすると、T_r日後には$f(t+T_r)=f(t)(1+R)$になりますので、

$$\frac{f(t+T_r)-f(t)}{T_r}=f(t)\frac{R}{T_r}$$

となります。左辺を微分で近似してしまうと、上で考えた感染係数aが出てきて

$$\bar{a}\simeq R/T_r$$

と書けます。$\bar{a}$はtから$t+T_r$までのaの平均という意味です。4 月の始めには、$a\sim0.11$でしたので、$T_r\sim14$日とするとおおよそ$R\sim1.5$となります。この時は、一人の感染者が 1.5 人を新たに感染させていることになります。

感染症流行の簡単なモデルとして、Kermack-McKendrick（カーマック・マッケンドリック）モデル（または SIR モデル）と言われるものがあります：

$$\frac{dS(t)}{dt}=-bS(t)I(t),$$

$$\frac{dI(t)}{dt}=bS(t)I(t)-rI(t),$$

$$\frac{dR(t)}{dt}=rI(t).$$

ここで、$S(t)$は時刻tでの未感染者数を表します。これから感染する可能性のある人数です。$I(t)$は他の人への感染能力のある感染者数を表しています。感染後に回復あるいは隔離されて人へ感染させる可能性がなくなった人数を$R(t)$と書きます。亡くなられた方も感染力がないということで、$R(t)$に含めます。累計感染者数$f(t)$と$f(t)=I(t)+R(t)$の関係にあります。係数bは感染力を表す結合定数であり、感染者の増加は$S(t)I(t)$、すなわち未感染者と感染者との接触によるとします。rは感染者の回復力を表す結合定数であり、回復者の増加率は感染者数$I(t)$に比例するとします。自粛により外出を 8 割抑えるということは、感染に関係する$S(t)$、$I(t)$が有効的にそれぞれ 1/5 倍になるということですので、$dI(t)/dt$の式の右辺第二項において結合定数bを実質的に 1/25 倍にするということです。

$S(t)$は、$I(t)$、$R(t)$に比べると非常に大きいので、定数としてS_0とおきます。すると$I(t)$の方程式は

$$\frac{dI(t)}{dt}=(bS_0-r)I(t)$$

となります。これより、$bS_0-r>0$なら$I(t)$は増加し、$bS_0-r<0$なら減少します。そこ

で、

$$R_0 = \frac{bS_0}{r}$$

とおき、基本再生産数と言います。rは時間の逆数の次元を持ち、$1/r$は回復に要する時間を表していますので、

$$T_r = 1/r$$

として良いことになります。bS_0は一人が単位時間あたりにほかの人を感染させる確率を表していますので、$R_0 = bS_0/r = bS_0 T_r$は一人の感染者による新たな感染者数すなわち再生産数となります。$R_0 = 1$なら、一人の感染者が、自分が回復するまでにウイルスを一人にうつすことになり、感染者数の増減がなくなります。R_0は再生産数の初期値ですので、基本再生産数と呼ばれています。再生産数が時間と共にどのように変化するかは、rとbを評価できるとわかります。$R(t)$と$I(t)$の時間変化がデータとして与えられると、それらからr、bを計算して時刻tにおける実効再生産数$R_e(t) := bS/r$がわかります。

$R_e(t)$のおよその値を見積もってみましょう。$R(t)$と$I(t)$に対する方程式から

$$\frac{df(t)}{dt} = bS(t)I(t)$$

となりますので、

$$R_e(t) = \frac{bS(t)}{r} = \frac{df(t)/dt}{dR(t)/dt}$$

となります。すなわち、

$$R_e(t) \simeq \frac{感染者数の増加率}{回復者数の増加率}$$

ということです。

回復者数の増加率 ＞ 感染者数の増加率

であれば、再生産数$R_e(t)$は 1 より小さくなり流行は終息に向かいます。これは直感にあっています。四月の終わりから五月はじめ（4 月 29 日～5 月 4 日）までのデータから見積もると、

$$R_e \simeq 0.8$$

となります（数値微分であるため数値誤差があります）。$R(t)$として、ホテルなどに隔離された人数も含めると（ほかの人に感染させることはありませんので）、実効再生産数はこれより小さくなります。R_eの振る舞いは、係数aの振る舞いと関連しています。5 月になってR_e、aともに急速に改善されています。

$f(t)$と$R(t)$をグラフにすると図 7 のようになります（4 月 27 日以降）。5 月 9 日に集計上の問題からか、回復者数が急激に増大し、5 月 13 日にもやや増大しました。このような時は再生産数は計算がしにくいのですが、その後の 5 月 13 日から 20 日まででは

$$R_e \simeq 0.13$$

となっています。

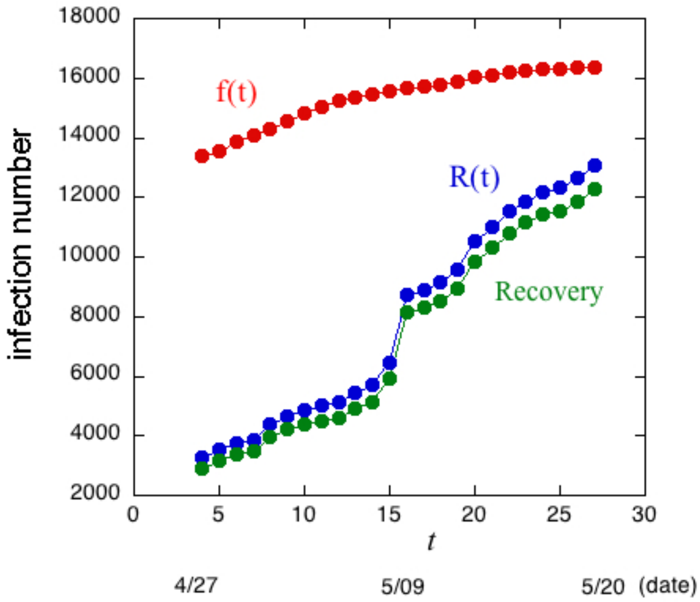

図 7. 累積感染者数$f(t)$と回復者数$R(t)$の変化。Recovery は病院からの退院者数。

再生産数R_eと感染係数aに対し

$$R_e \simeq aT_r$$

の関係がありました。この式がaを感染係数と呼ぶ意味を表しています。回復までの期間であるT_rは案外と長く、5 月の始め頃には約 40 日に達しています。このころ、a~0.02であり、R_e~0.8となっています。$R_e \simeq f'(t)/R'(t)$から計算した値に近い値になっています。その後、a、T_r共に改善し、aは 0.01 よりも小さくなってきました。