

# ニューロン間の相関を考慮したスパイク列からの状態遷移ダイナミクスの推定

## Inferring State Transition Dynamics from Multiple Spike Trains Based on Correlation among Neurons

片平 健太郎 (PY)<sup>††</sup>, 西川 淳<sup>‡</sup>, 岡ノ谷 一夫<sup>‡</sup>, 岡田 真人<sup>††</sup>

Kentaro Katahira(PY), Jun Nishikawa, Kazuo Okanoya and Masato Okada

<sup>†</sup> 東京大学大学院新領域創成科学研究科

<sup>‡</sup> 理化学研究所脳科学総合研究センター

katahira@mns.k.u-tokyo.ac.jp

**Abstract**—To extract state transition from multiple spike train based on correlation changes, we introduce hidden Markov models with multivariate Poisson distribution having higher-order correlation terms. We developed an efficient Variational Bayes (VB) inference for the models using the recursive relationship of multivariate Poisson distributions. The VB could automatically determine the appropriate number of hidden states and correlation structure while avoiding the overlearning problem.

**Keywords**— multiple spike train, hidden markov models, multivariate Poisson, variational Bayes

### 1 はじめに

一般に神経活動は非定常であり、その統計量は時間とともに変化する。そのような統計量の変化を捉える方法の一つとして、隠れマルコフモデル (Hidden Markov Models, HMM) が用いられてきた [1]。HMM はスパイク列を区分的に定常とみなせる区間にセグメンテーションする。従来の HMM を用いた研究では個々のニューロンの発火率のみが考慮されてきた。そのため、それらの手法は発火率の変化を伴わないニューロン間の相関の変化を抽出することができない。一方、実際のスパイクデータでは発火率の変化を伴わず、相関のみが行動に伴って変化する事例が報告されている [2]。本研究では、相関の変化も考慮したセグメンテーションを実現するため、2 次相関のみならず高次の相関を持つ多変量ポアソン分布を出力分布として持つ HMM を提案する。モデルのパラメータの事後分布を変分ベイズ法により推定する手法を導入する。変分ベイズ法によりモデルの状態数や相関構造を適切に選択することが可能となる。提案手法は与えられたスパイク数を、1 次統計量である個々のニューロンの発火率の寄与、各次数の相関の寄与を表す隠れ変数に分解して表現する。それらの隠れ変数を用いることで、観測されない独立入力と共通入力の変化を推定することができることを人工スパイクデータを用いた実験により示す。そのような性質により、提案手法は限られたデータから神経回路の動作様式を推定

するための新たな枠組みを与える。実際のスパイクデータを用いた実験により、提案手法が発火率のみに着目した従来手法や定常性を仮定したモデルより高い汎化性能を与えることを示す。

### 2 提案手法

与えられた  $C$  個のニューロンのスパイク列を窓幅  $\Delta$  で離散化し、ニューロン  $c$  の窓  $t$  におけるスパイク数を  $x_c^t$  で表す。 $x_c^t$  は  $K$  個の隠れ状態のいずれかから生成されると仮定する。隠れ状態の系列を、窓  $t$  の状態が  $k$  であれば 1, そうでなければ 0 となるような 2 値変数  $y_k^t$  で表す。状態  $y_k^t$  は状態遷移行列  $\alpha = \{\alpha_{ij}\}_{i=1,j=1}^{K,K}$ , および初期滞在確率  $\pi = \{\pi_i\}_{i=1}^K$  を持つ 1 次マルコフ過程に従う。状態  $k$  において、スパイク数  $x^t = \{x_c^t\}_{c=1}^C$  は以下で定義される多変量ポアソン分布  $p(x^t|\lambda_k)$  にしたがって生成されるとする。ここではニューロン数が  $C = 3$  の場合を考える。任意のニューロン数への一般化は容易である。以下を満たす隠れ変数  $s_{k,l}^t, l \in \Phi \equiv \{1, 2, 3, 12, 13, 23, 123\}$  を状態  $k$  ごとに用意する。

$$\begin{aligned} x_1^t &= s_{k,1}^t + s_{k,12}^t + s_{k,13}^t + s_{k,123}^t, \\ x_2^t &= s_{k,2}^t + s_{k,12}^t + s_{k,23}^t + s_{k,123}^t, \\ x_3^t &= s_{k,3}^t + s_{k,13}^t + s_{k,23}^t + s_{k,123}^t. \end{aligned} \quad (1)$$

$s_{k,l}^t$  は 1 次元ポアソン分布  $\mathcal{P}(s_{k,l}^t|\lambda_{k,l})$  ( $\mathcal{P}(x|\lambda) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$ ) に従うとする。ポアソン分布の再生性より、 $x_c^t (c \in \{1, 2, 3\})$  の周辺分布もポアソン分布となる。 $\lambda_{k,ij} + \lambda_{k,123}, (i \neq j)$  はニューロン  $i, j$  の共分散に対応し、 $\lambda_{k,123}$  は 3 ニューロン間の 3 次相関を決定する。状態  $k$  におけるスパイク数  $x^t$  の生成確率は

$$p(x^t|\lambda_k) = \sum_{s_k^t \in g^{-1}(x^t)} \prod_{l \in \Phi} \mathcal{P}(s_{k,l}^t|\lambda_{k,l}) \quad (2)$$

で与えられる。ここで、 $s_k^t \equiv \{s_{k,l}^t\}$  であり  $g^{-1}(x^t)$  は式 (1) を満たす  $s_k^t$  の集合を与える。この分布を出力分布として持つ HMM を相関ポアソン HMM (CP-HMM) と呼ぶ。式 (1) において、 $s_{k,123}^t$  を除いたもの、 $s_{k,ij}^t, i \neq j$  を除いたもの、またその両方を除いたものも考えることができる。それぞれを 2CP-HMM, 3CP-HMM, IP-HMM と呼ぶ。従来手法 [1] は IP-HMM に対応する。

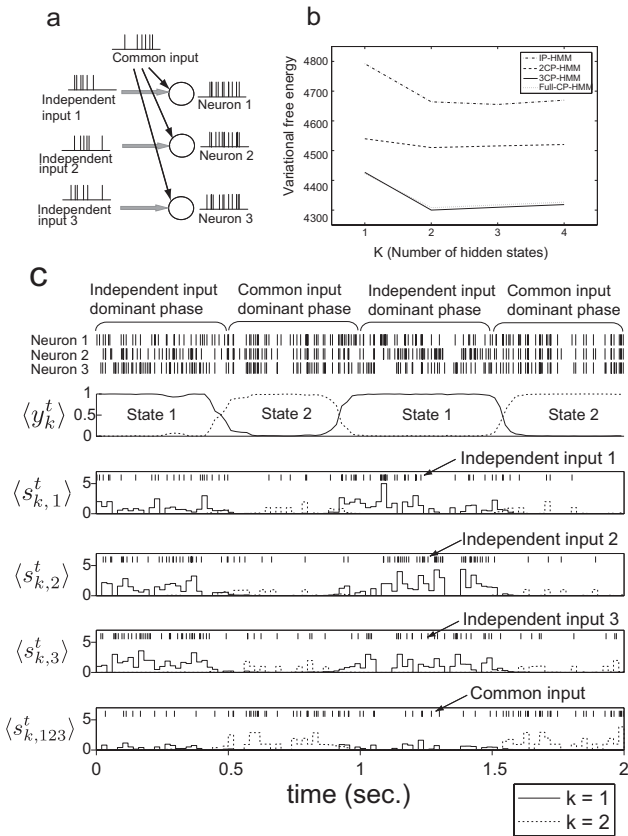


図 1: 人工データに対する提案手法の適用例 . (a) スパイク生成モデルの概略図 . (b) 変分自由エネルギー . (c)  $K = 2$  の 3CP-HMM に対する推定結果の例 .

モデルのパラメータ  $\theta = (\pi, a, \lambda)$  , および隠れ変数  $Z = (\{y_k^t\}, \{s_{k,l}^t\})$  の事後分布を変分ベイズ法を用いて推定する . 変分ベイズ法は試験分布  $q(\theta, Z) = r(\theta)Q(Z)$  から観測データ  $X = \{x_c^t\}$  が与えられたもとの真の事後分布  $p(\theta, Z|X, M)$  ( $M$  はモデルのインデックス) への Kullback-Leibler (KL) divergence:

$$\text{KL}(r(\theta)Q(Z)||p(\theta, Z|X, M)) = \log p(X|M) + \mathcal{F},$$

$$\mathcal{F} \equiv -\langle \log p(X, Z, \theta|M) \rangle_{r(\theta)Q(Z)} - \mathcal{H}_r(\theta) - \mathcal{H}_Q(Z)$$

を最小化することで , 事後分布を近似する . KL-divergence を最小化することは変分自由エネルギー  $\mathcal{F}$  を最小化することと等価である . これは EM アルゴリズムに似た反復計算により実現されるがその際 , 式 (2) を計算する必要がある . この量を素朴な方法で計算するには膨大な計算量を要する . 我々は多変量ポアソン分布の再帰式 [3] を用いることでそれを効率的に計算するアルゴリズムを導出した . 負の変分自由エネルギー  $-\mathcal{F}$  は対数周辺尤度  $\log p(X|M)$  の下限となっている .  $\mathcal{F}$  を最小にするモデルを最適なモデルとして選択する .

### 3 人工スパイクデータによる実験

人工的に合成した 3 ニューロンのスパイクデータに対し適用する . 3 つのニューロンに共通したポアソン入力と独立なポアソン入力を与え (図 1a) , 共通入力が高

頻度で発火する状態と , 独立入力が高頻度で発火する状態が 0.5 秒ごとに切り替わるようにして 2 秒のスパイク列を生成した . トライアルを通して個々のニューロンの発火率は一定に保たれ , 3 次相関のみが異なるように設定した . 3 次相関の項を持つ 3CP-HMM を適用した結果を図 1c に示す . 入力の状態遷移に応じてほぼ適切な状態が割り当てられていることが見てとれる .  $s_{k,l}^t$  の事後分布の平均値は観測されない共通入力と独立入力のスパイク列とよく相関している . 図 1b は異なる相関構造 , 異なる状態数を持つモデルをこのデータに適用した際の変分自由エネルギーである . ここで用いたデータに対する最適なモデルである状態数  $K = 2$  の 3CP-HMM が最小値を与えており , 変分自由エネルギーによりこのモデルを選択することができる .

### 4 実データを用いた実験

提案手法を歌鳥であるジュウシマツの神経核 HVC の 3 個のニューロンから記録したスパイクデータに適用した . 記録は麻酔下で行い , その間に被験体の歌を聴覚刺激として提示した . そのデータに対し提案手法を適用し , 変分自由エネルギーをもとにモデル選択した . 選択されたモデルの汎化能力を評価するため , 学習に用いていないデータに対する平均対数尤度を計算した . その結果 , 相関構造と状態数を選択したモデルの平均対数尤度は  $-229.14 \pm 1.24$  となった . これは状態数を  $K = 1$  に制限した場合 ( $-247.64 \pm 1.66$ ) や相関構造をニューロン間の独立性を仮定した IP-HMM に制約した場合 ( $-230.35 \pm 0.96$ ) より高い値であった . また , 各窓ごとにポアソン分布を仮定した Peristimulus Time Histogram (PSTH) の平均対数尤度はそれより低く  $-250.51 \pm 3.43$  であった .

### 5 まとめ

本研究では相関を持つポアソン分布を出力とする隠れマルコフモデルに対し , 変分ベイズ法でそれらのパラメータ , およびモデル構造を推定する方法を導入した . 提案手法はニューロン間の相関のみが異なる状態を区別し , 観測されたスパイク列を独立な入力の寄与と共通な入力の寄与に分解することが可能であることを示した . 提案手法により推定された状態遷移を動物の行動 , および感覚入力と対応付けていくことは今後の課題である .

### 参考文献

- [1] M. Abeles, H. Bergman, I. Gat, I. Meilijson, E. Seidemann, N. Thishby, and E. Vaadia (1995) "Cortical activity flips among quasi stationary states." Proc Nat Acad Sci USA, **92**, 8616–8620.
- [2] E. Vaadia, I. Haalman, M. Abeles, H. Bergman, Y. Prut, H. Slovin, and A. Aertsen (1995) "Dynamics of neuronal interactions in monkey cortex in relation to behavioral events." Nature, **373**, 515–518.
- [3] K. Kano and K. Kawamura (1991) "On recurrence relations for the probability function of multivariate generalized Poisson distribution." Commun Stat, **20**, 165–178.