

# 結合つなぎ換えにより誘起される同期における抑制性素子の役割

## Roles of inhibitory neurons in the rewiring-induced synchronization

金丸 隆志 (PY)<sup>†</sup>, 合原 一幸<sup>‡</sup>

Takashi Kanamaru(PY) and Kazuyuki Aihara

<sup>†</sup> 工学院大学 機械創造工学科

<sup>‡</sup> 東京大学 生産技術研究所

kanamaru [at] cc.kogakuin.ac.jp

**Abstract**— We found that the inhibitory neurons play important roles in the rewiring-induced synchronization in a pulse neural network composed of excitatory and inhibitory ensembles.

**Keywords**— Synchronization, Watts-Strogatz, rewiring, inhibitory neurons

### 1 はじめに

Watts-Strogatz らが提案した結合つなぎ換え [1] により、神経素子のネットワークに同期が見られるようになるという研究は様々なモデルで行われているが、スモールワールド領域 (つなぎ換え確率が 0.1 以下) で同期が促されるかどうかはモデルや文献により結果が異なる。本研究では興奮性素子と抑制性素子が混在するネットワークを考え、つなぎ換え確率の変化により同期が誘起されることを見出す。そして、その転移点が抑制性素子の発火率によって決まることを報告する。

### 2 興奮性/抑制性ニューロンの結合系

以下では 2 次元平面に配置された興奮性素子と抑制性素子からなるパルスニューラルネットワークを考える [2]。平面上の位置  $(i, j)$  (ただし  $1 \leq i \leq N_x, 1 \leq j \leq N_y$ ) には興奮性素子と抑制性素子が 1 つずつ配置されており、ネットワーク内での興奮性素子と抑制性素子の個数はともに  $N_x N_y$  である。このとき、興奮性素子と抑制性素子の内部状態  $\theta_E^{(i,j)}, \theta_I^{(i,j)}$  は以下のダイナミクスに従う。

$$\tau_E \dot{\theta}_E^{(i,j)} = (1 - \cos \theta_E^{(i,j)}) + (1 + \cos \theta_E^{(i,j)}) \times (r_E + \xi_E^{(i,j)}(t) + g_{EE} I_E^{(i,j)}(t) - g_{EI} I_I^{(i,j)}(t)), \quad (1)$$

$$\tau_I \dot{\theta}_I^{(i,j)} = (1 - \cos \theta_I^{(i,j)}) + (1 + \cos \theta_I^{(i,j)}) \times (r_I + \xi_I^{(i,j)}(t) + g_{IE} I_E^{(i,j)}(t) - g_{II} I_I^{(i,j)}(t) + g_{gap} I_{gap}^{(i,j)}(t)), \quad (2)$$

$$I_X^{(i,j)}(t) = \frac{1}{2\#A^{(i,j)}(p, k)} \times \sum_{(m,n) \in A^{(i,j)}(p, k)} \sum_l \frac{1}{\kappa_X} \exp\left(-\frac{t - t_l^{(m,n)}}{\kappa_X}\right), \quad (3)$$

$$I_{gap}^{(i,j)}(t) = \frac{1}{\#A^{(i,j)}(0, k)} \times$$

$$\sum_{(m,n) \in A^{(i,j)}(0, k)} \sin\left(\theta_I^{(m,n)}(t) - \theta_I^{(i,j)}(t)\right), \quad (4)$$

$$\langle \xi_X^{(i,j)}(t) \xi_Y^{(m,n)}(t') \rangle = D \delta_{XY} \delta_{im} \delta_{jn} \delta(t - t'). \quad (5)$$

結合には指数関数形の PSP を持つ化学結合の他に、抑制性ニューロンにはギャップジャンクションによる結合があることが特徴である。これは、皮質や海馬の抑制性ニューロンにはギャップ結合が広く見られるという生理学知見に基づくものである。結合強度は簡単のため  $g_{EE} = g_{II} \equiv g_{int}, g_{EI} = g_{IE} \equiv g_{ext}$  と定める。膜電位の時定数は  $\tau_E = 1, \tau_I = 0.5$ , シナプス時定数は  $\kappa_E = 1, \kappa_I = 5$  とする。素子の発火時刻  $t_l^{(m,n)}$  は  $\theta_X^{(m,n)}$  が  $\pi$  を通過する時刻と定める。ノイズ項  $\xi_X^{(i,j)}(t)$  と結合項  $I_X$  が存在しないとき、 $r_X > 0$  が満たされると系は自励振動をするが、本研究では  $r_X < 0$  を満たす excitable な素子を用いる。

$A^{(i,j)}(p, k)$  は位置  $(i, j)$  上の素子へ結合する素子のインデックスの集合であり、 $\#A^{(i,j)}(p, k)$  はその要素数であるとし、簡単のため興奮性集団と抑制性集団とで共通であるとする。 $p$  は結合のつなぎ換えの割合、 $k$  は結合距離であり、以下で解説する。まず、結合つなぎ換えの割合  $p$  が 0 である場合、 $A^{(i,j)}(0, k)$  は以下の様に局所結合であるとする。

$$A^{(i,j)}(0, k) = \left\{ (m, n) \mid 1 \leq d(i, j, m, n) \leq \frac{k}{2} \right\}, \quad (6)$$

$$d(i, j, m, n) = |i - m| + |j - n|, \quad (7)$$

ただし、2 次元平面は周期境界条件を満たすとし、さらに結合は  $(i, j)$  と  $(m, n)$  間で対称に存在するとする。(4) 式にあるように、ギャップ結合による結合は常にこの局所結合  $A^{(i,j)}(0, k)$  によって結合している。ここで、文献 [1] と同様につなぎ換え確率  $p$  で  $A^{(i,j)}(p, k)$  を得る。化学シナプスによる結合はこのつなぎ換え後の結合  $A^{(i,j)}(p, k)$  とする。

以下では、 $N_x = N_y = 100, k = 14$  のネットワークを主に考える。つなぎ換えを行わないときの任意の位置  $(i, j)$  における結合数は  $\#A^{(i,j)}(0, 14) = 112$  となるから結合率は  $112/10000 = 0.0112$  であり、スパースなネットワークと言える。

### 3 同期ダイナミクスのつなぎ換え率 $p$ 依存性

$N_x = N_y = 100$ ,  $k = 14$ ,  $p = 0.7$ ,  $g_{gap} = 0.10$ ,  $g_{int} = 5$ ,  $g_{ext} = 3.5$ ,  $D = 0.004$  とし、以後このパラメータを主に用いる。興奮性素子集団と抑制性素子集団の即時発火率  $J_E$  と  $J_I$  を観測する。本研究では、 $J_E$  と  $J_I$  とが時間的に変動する場合に「素子の発火間に大域的な同期が存在する」と呼ぶことにする。今、つなぎ換え率  $p$  のネットワークにおける  $J_X$  ( $X = E$  or  $I$ ) の時間に関する標準偏差  $S(J_X; p)$  を観測する。 $S(J_X; p)$  が大きいとネットワークに大域的な同期が存在すると言える。 $p$  に関する  $S(J_E; p)$  の変化を図 1C に示し

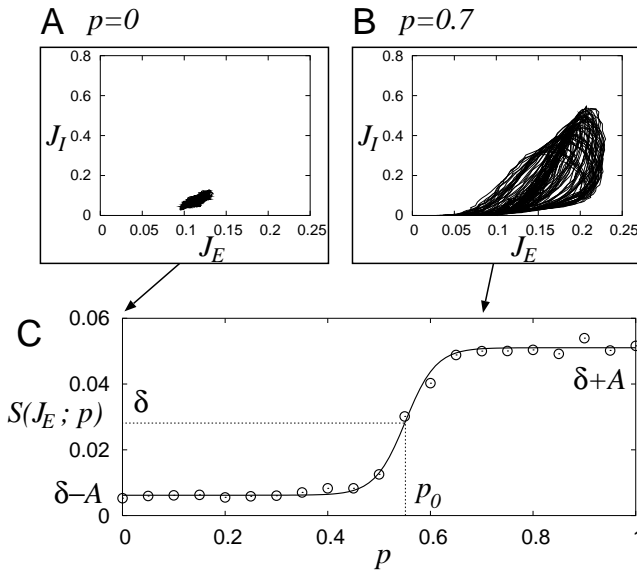


図 1: (A), (B)  $p = 0, 0.7$  における  $(J_E, J_I)$  平面上の軌跡。(C)  $S(J_E; p)$  の  $p$  依存性.  $p_0 \simeq 0.55$  で大域的ダイナミクスが非同期から同期へと転移する.

た。ある転移点  $p_0$  が存在し、その前後で  $S(J_E; p)$  が大きく変化することがわかる。また、図 1C には関数  $A \tanh(\beta(p - p_0)) + \delta$  との二乗誤差を最小にするよう  $A, \beta, p_0, \delta$  を定めたフィッティンググラフも同時に表示した。なお、 $S(J_I; p)$  の表示は省略したが、同じ値の  $p_0$  での転移が見られる。

この転移点  $p_0$  のネットワークのパラメータに対する依存性を調べる。興奮性/抑制性集団間の結合強度  $g_{ext}$  に対する  $p_0$  の依存性を調べたのが図 2A である。ギャップ結合強度は  $g_{gap} = 0, 0.1, 0.3$  の 3 つの値について調べた。まず、 $g_{ext}$  の減少とともに  $p_0$  が小さくなること、すなわち、より少ないつなぎ換えで大域的同期が成長することがわかる。 $g_{ext}$  をさらに小さくすると (例えば  $g_{ext} < 2.4$ )、つなぎ換えを行わなくてもネットワークに大域的同期が現れる。この現象は以下のように理解できよう。いま  $g_{ext}$  を小さくすると、興奮性素子に対する抑制の効果が弱まるため抑制性素子の発火率の時間平均

$\langle J_I \rangle$  が增大するが、抑制性素子は興奮性素子よりも同期しやすいことが知られている。そのため、抑制性素子がつなぎ換えなしで同期発火し、それによりネットワーク全体に大域的な同期が見られるというわけである。

以上を踏まえると、ネットワークに大域的な同期が成長する際、抑制性素子の発火率の時間平均  $\langle J_I \rangle$  が重要な役割を果たしていると考えることができる。そこで、図 2A の各  $g_{gap}$  における  $p_0$  のグラフを  $\langle J_I \rangle$  の関数としてプロットし直したのが図 2B である。 $\langle J_I \rangle$  が大きい

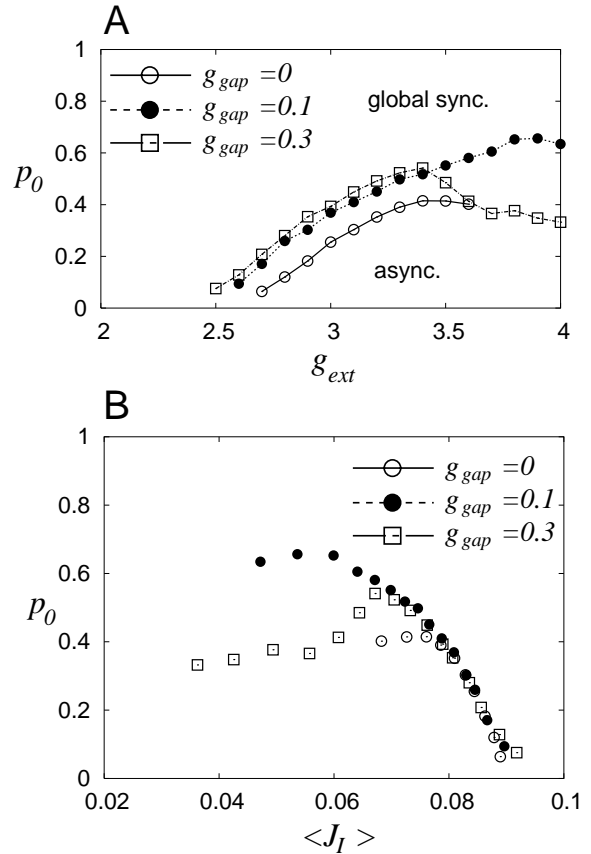


図 2: (A) モジュール間結合強度  $g_{ext}$  に対する転移点  $p_0$  の変化.  $p > p_0$  では大域的同期が発達する。(B)  $\langle J_I \rangle$  の関数として (A) を描き直したもの.

とき (すなわち  $g_{ext}$  が小さいとき) は 3 つの  $g_{gap}$  のグラフがほぼ重なっており、つなぎ換えにより大域的同期が発達する際は抑制性素子の発火率により転移点  $p_0$  が決まっていることがわかる。

本研究の一部は、文部科学省科学研究補助金 (若手研究 B) 課題番号 20700215 および特定領域研究「脳の高次機能学」課題番号 17022012 の一環として行われた。

参考文献  
 [1] Watts, D. J. & Strogatz, S. H., (1998). *Nature*, 393, 440–442.  
 [2] Kanamaru, T. & Aihara, K. (2008). *Neural Computation*, 20, 1951–1972.