

ヒステリシスニューロンネットワークにおける連想記憶

坪下 幸寛¹⁾²⁾, 岡本 洋²⁾³⁾, 岡田 真人¹⁾³⁾

Yukihiko Tsuboshita (P), Hiroshi Okamoto and Masato Okada

¹⁾東京大学新領域創成科学研究科

²⁾富士ゼロックス(株)研究技術開発本部

³⁾理化学研究所脳科学総合研究センター理論脳科学研究グループ

Yukihiko.Tsuboshita@fujixerox.co.jp

Abstract — The dynamics of the hysteresis neuron network (HNN) in an associative memory model was investigated by statistical mechanical approach. We examined effects of the hysteresis property of individual neurons on the macroscopic order parameter describing the pattern overlap. We found that the hysteresis property enhances memory retrieval, though the relaxation time is exponentially elongated.

Keywords — hysteresis neuron, associative memory, macroscopic order parameter

1 はじめに

ヒステリシスニューロンネットワーク(HNN)は、漸次的持続活性の現象^{[1][2]}を説明するモデルとして提案された^{[3][4]}。実際、漸次的活性を示すサル帯状皮質ニューロンの周波数分布がヒステリシス特性を強く示唆する二峰性を示すことも報告されている^[5]。さらに、HNNの情報検索への適用可能性も示唆されている^[6]。このように、HNNは、実際の脳における神経機構として、さらには、工学的に有用なアルゴリズムとして注目されている。しかしながら、これまでの議論は、個々の現象の神経機構モデルあるいは特定の工学的応用事例に限定されたものであった。そこで本研究では、連想記憶モデル^[7]において、統計力学的手法を用い、HNNの巨視的秩序変数の状態方程式を導出し、HNNの性質をより一般的に解析した。

2 モデル

2値スピン変数 $\sigma_i \in \{-1, 1\}$ で記述されるヒステリシスニューロン N 個のネットワークの非同期ダイナミクスを考える。 $\sigma_i = +1$ はニューロン i の興奮状態を、 $\sigma_i = -1$ は静止状態を表す。ニューロンのヒステリシスを、自身の一つ前の状態に依存する応答特性として表す。すなわち、ニューロン i の遷移確率を次式で定義する：

$$w_i(\sigma) = \frac{1}{2} [1 - \sigma_i \tanh \beta (h_i(\sigma) + \kappa \sigma_i)], \quad h_i(\sigma) = \sum_j J_{ij} \sigma_j + \theta_i \quad (1)$$

J_{ij} はニューロン間の結合強度、 θ_i は閾値、 β は逆温度、 κ_i ヒステリシス幅を表す。本研究では、連想記憶モデル^[7]を扱う：

$$J_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{\mu=1}^P \xi_i^\mu \xi_j^\mu \quad (2)$$

ここで、 $\{\xi_i^\mu\} (1 \leq \mu \leq P)$ はネットワークに埋め込まれた

直行パターンである。本研究では $N \gg P$ と仮定する。簡単のため、 $\theta_i = 0$ 、 $\kappa_i = \kappa$ とする。

3 巨視的秩序変数の導出

通常の連想記憶モデルでは、パターン overlap $m_\mu(\sigma) = (1/N) \sum_{i=1}^N \xi_i^\mu \sigma_i$ を秩序変数として解析するが、HNNにおいてこれを踏襲すると、ヒステリシスに由来する微視的変数 σ_i が消去されずに残ってしまう。そ

ここで、ニューロン集合 $\{1, \dots, N\}$ を sub lattice I_η へ分割する^[8]：

$$I_\eta = \{i | \xi_i = \eta\} \quad \{1, \dots, N\} = \bigcup_{\eta \in \Lambda} I_\eta \quad \eta \in \Lambda^P \quad \Lambda = \{-1, 1\} \quad (3)$$

ここで、 $\xi_i = (\xi_i^1, \dots, \xi_i^P)$ である。この時、sub lattice内の平均活性度 $m_\eta(\sigma) = (1/|I_\eta|) \sum_{i \in I_\eta} \sigma_i$ ($|I_\eta|$: I_η 内のニューロン数)を用いると、式(1)は

$$h_i(\sigma) = \sum_{\eta} p_\eta \xi_k \cdot \eta m_\eta(\sigma) \quad (4)$$

となる。ここで、 $p_\eta = |I_\eta|/N$ である。

一方、この系の時刻 t における微視的な確率分布を $p_t(\sigma)$ とすると、連続時間マスター方程式は、

$$\frac{d}{dt} p_t(\sigma) = \sum_i \{w_i(F_i \sigma) p_i(F_i \sigma) - w_i(\sigma) p_i(\sigma)\} \quad (5)$$

となる。 $F_i(\sigma)$ はフリップオペレータである。巨視的秩序変数の確率分布を

$$P_t[\{m_\eta\}] = \sum_{\sigma} p_t(\sigma) \prod_{\eta} \delta(m_\eta - m_\eta(\sigma)) \quad (6)$$

と定義し、式(1)、(4)、(5)を代入すると、最終的に sub lattice ごとの方方程式

$$\frac{dm_\eta}{dt} = -m_\eta + \frac{1+m_\eta}{2} \tanh \beta \left(\sum_{\eta'} p_{\eta'} \eta \cdot \eta' m_{\eta'} + \kappa \right) + \frac{1-m_\eta}{2} \tanh \beta \left(\sum_{\eta'} p_{\eta'} \eta \cdot \eta' m_{\eta'} - \kappa \right) \quad (7)$$

を得る。また、 m_μ と m_η の関係は次式で表される。

$$m_\mu = \sum_{\eta} p_\eta \eta_\mu m_\eta \quad (8)$$

4 結果

図1に、様々な初期状態に対するoverlapの時間変化を示す。シミュレーションと理論計算の結果は非常によく一致する。低温($T=0.1$)では緩和が遅い($T=0.1$ の場合のみ、time stepが他の10倍である)。初期状態が0に近い場合、状態変化が二段階になっている(後述)。また、通常の連想記憶モデルでは常磁性的な挙動を示す $T=1.0$ 以上の温度($T=1.2$)でパターンを想起している。さらに、 $T=2.0$ まで温度を上げると、常磁性相に移行する。図2には、低温($T=0.1$)で、初期状態が0に近い場合、すなわち、状態変化が二段階になった場合のパターン全て($p=3$)のoverlapの時系列を示す。状態変化が二段階になっている部分では、着目パターン以外のoverlapも増加している。すなわち、系は緩和段階で他パターンにも引き込まれながら最終的に着目パターンに収束している。

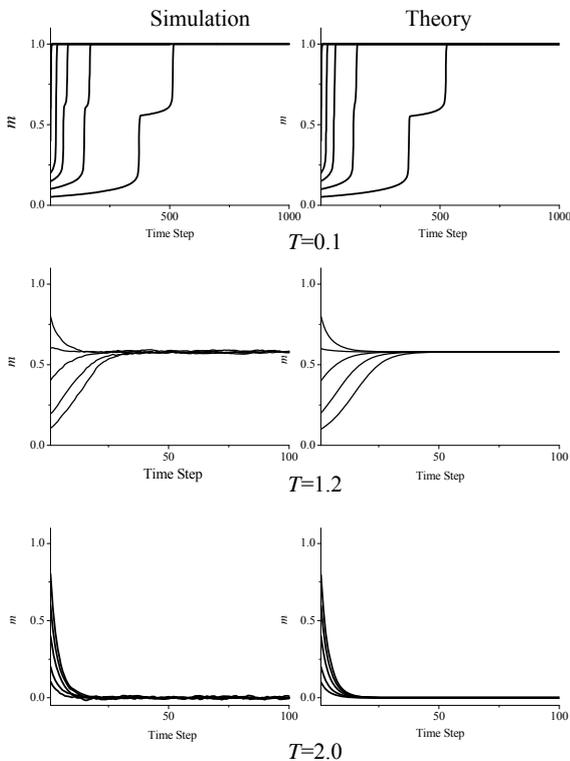


図1 様々な初期状態に対するoverlapの時間変化。右側: 式(7), (8)から算出された理論値, 左側: Monte Carlo シミュレーションの結果 ($N=100,000, p=3$)

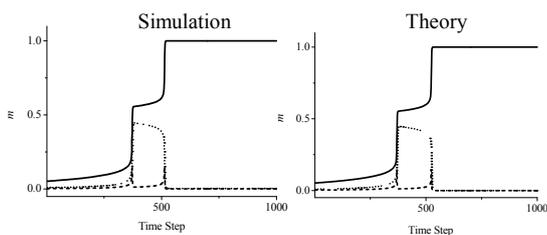


図2 低温におけるoverlapの時間変化。実線: 着目パターン (初期条件は 0.05), 点線, 波線: それ以外のパターン (初期条件はそれぞれ 0.03, 0.01)

次に想起相と常磁性相との相転移温度とヒステリシス幅との関係調べた。式(7), (8)より、定常状態では、

$$m_\mu = \sum_{\eta} p_{\eta} \eta_{\mu} \left\{ \frac{1+m_{\eta}}{2} \tanh \beta \left(\sum_{\eta} p_{\eta} \eta_{\nu} \eta' m_{\eta} + \kappa \right) \right\} + \sum_{\eta} p_{\eta} \eta_{\mu} \left\{ \frac{1-m_{\eta}}{2} \tanh \beta \left(\sum_{\eta} p_{\eta} \eta_{\nu} \eta' m_{\eta} - \kappa \right) \right\} \quad (9)$$

$m_{\mu} \ll 1, m_{\nu} = 0$ ($\nu \neq \mu$)の場合、

$$m_{\mu} = \left(\frac{\beta}{\cosh^2 \beta \kappa} + \tanh \beta \kappa \right) m_{\mu} \quad (10)$$

となる。したがって、 $m_{\mu} \neq 0$ の非自明な解を有する条件は、 $\beta > (1/2)(1+e^{-2\beta\kappa})$ となる(図3)。系はヒステリシス幅を大きくするにつれて、より高温(ノイズの強い状況)においても想起に成功することが分かる。

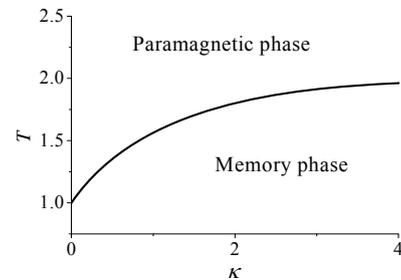


図3 相転移温度とヒステリシス幅の関係

5 考察

低温においては、直交パターンを埋め込んでいるにもかかわらず、緩和過程で他パターンへの引き込みがみられた。また、通常ならば常磁性相となる高温領域で埋め込みパターンの想起が成功した。これらは、ヒステリシス特性が系に存在する全てのアトラクタへの引き込みを強めていることを示唆する。今後は、この現象を詳細に検証するため、混合状態の解の安定性、パターンが相関を持つ場合の挙動などの解析をいたい。

参考文献

- [1] R. Romo, C. D. Brody, A. Hernandez, and L. Lemus: Nature 399 (1999) 470.
- [2] E. Aksay, G. Gamkrelidze, H. S. Seung, R. Baker and D. W. Tank: Nat. Neurosci. 4 (2001) 184.
- [3] J. E. Lisman, J. -M. Fellous and X. J. Wang: Nat. Neurosci. 4 (1998) 273.
- [4] A. A. Koulakov, S. Raghavachari, A. Kepecs and J. E. Lisman: Nat. Neurosci. 5 (2002) 775.
- [5] H. Okamoto, Y. Isomura, M. Takada and T. Fukai: J. Neurophysiol. 97 (2007) 3859.
- [6] Y. Tsuboshita and H. Okamoto: Neural Networks 20 (2007) 705.
- [7] J. J. Hopfield: Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. 79 (1982) 2554.
- [8] A. C. C. Coolen: in Handbook of Biophysics 4 (Amsterdam: Elsevier) 597.