神経活動に依存して結合が動的変化する再帰型回路が示す定常状態の分類
Typical behaviors in evolving recurrent network of phase oscillators

青木高明 (PY)[1,2], 青柳富誌生 [1,3]

Takaaki Aoki(PY), Toshio Aoyagi

[1] 京都大学情報学研究科, [2] 日本学術振興会特別研究員, [3]CREST, JST

aoki@acs.i.kyoto-u.ac.jp

Abstract— We investigate an evolving recurrent network in which phase oscillators and synaptic weights interact with each other. We found that the system exhibits three states: two-cluster, coherent with a fixed phase relation, chaotic states with frustration. These states can be characterized by the mutual information among phase patterns.

Keywords—**STDP, phase oscillators, adaptive network**

1 Introduction

再帰型回路において可塑性により結合が常時変化し続ける系を考える。このような系は神経活動が結合変化の影響を受ける一方、神経活動に依存して結合もまた時間変化することで多様な振る舞いを示す (図 1)。例えば、Spike-Timing-Dependent Plasticity(STDP) による結合変化が続いている系にて、形成される回路構造はいかなる形態を持つのか？ また集団としての神経活動はいかなる特徴を有するのか？ これらは神経活動と結合変化との間の相互作用を含む興味深い問題である。

従来より可塑性とそれに伴う回路構造変化は神経系における情報処理、例えば学習・記憶・適応などの基盤を与えると言われてきた。しかし解析の困難等の理由から、可塑性を持つ再帰型回路に対する理解は十分とはいえない。そのため現在では詳細な神経回路の大規模計算から、系の全挙動を詳細に観測しようという試みも為されている。しかし膨大なデータ・パラメータの中から系の本質部分だけを抽出して統一的な理解へとつなげるには課題も多い。そのための補完的アプローチとして次のような手法が有効であろう。

2 Model

本稿では周期的活動に注目することで普遍的な数理モデルを構築する。神経活動は多様であるが、周期解に限定することで位相記述を用いた統一的記述が可能であることが知られている。このとき各ニューロン i は周期解における位相 ϕ_i を用いて

$$\frac{d\phi_i}{dt} = \omega_i + \frac{1}{N}\sum_j \Gamma_{ij}(\phi_i - \phi_j). \tag{1}$$

となる。ここで結合関数として $\Gamma_{ij}(\phi) = -k_{ij}\sin(\phi+\alpha)$ を仮定する。k_{ij} はニューロン j から i への結合係数で

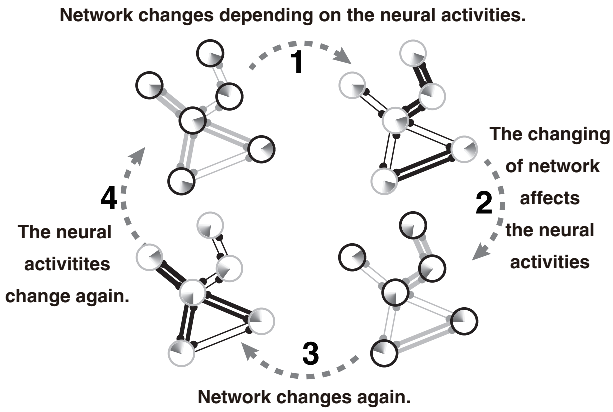

図 1: 神経活動に依存して結合が動的変化する再帰型回路の概念図

ある。ここで α はシナプス伝達遅れとして解釈できる場合もある [1]。次に結合 k_{ij} の時間発展に関して STDP 学習のように相対的な Timing に依存するとして、

$$\frac{dk_{ij}}{dt} = \epsilon\Lambda_{ij}(\phi_i - \phi_j), \quad |k_{ij}| \le 1, \tag{2}$$

と置く。ϵ は結合変化の時間スケールであり $\epsilon \ll 1$ とする。また結合強度 $|k_{ij}|$ に対する生理学的限界として $|k_{ij}| \le 1$ を課している。関数 $\Lambda_{ij}(\phi)$ が神経活動に応じた結合変化を与える関数であるが、ここで 2π 周期性から Fourier 最低次のみ考え、$\Lambda_{ij}(\phi) = -\sin(\phi+\beta)$ と置く。このとき β が結合変化則の制御パラメータであり、例えば $\beta = 0$ にて $\Lambda_{ij}(\phi)$ は通常の STDP 関数と同様に発火順序関係にて順方向の結合を増強し、逆を減衰させる。以上の仮定から系の方程式は以下となる。

$$\frac{d\phi_i}{dt} = -\frac{1}{N}\sum_j k_{ij}\sin(\phi_i - \phi_j + \alpha),$$
$$\frac{dk_{ij}}{dt} = -\epsilon\sin(\phi_i - \phi_j + \beta), \quad |k_{ij}| \le 1, \tag{3}$$

ここで各振動子の振動数は一定として、一般性を失うことなく $\omega = 0$ とした。ここまで $\Gamma(\phi), \Lambda(\phi)$ を Fourier 最低次で近似しているが、以下の結果は構造安定であり、高次モードの摂動に対しても不変であることを理論的にも確認している。この数理モデルは非常にシンプルながらも系の多様な振る舞いを再現し、少数の支配パラメータと関連して現象を整理・理解できることを次に示す。

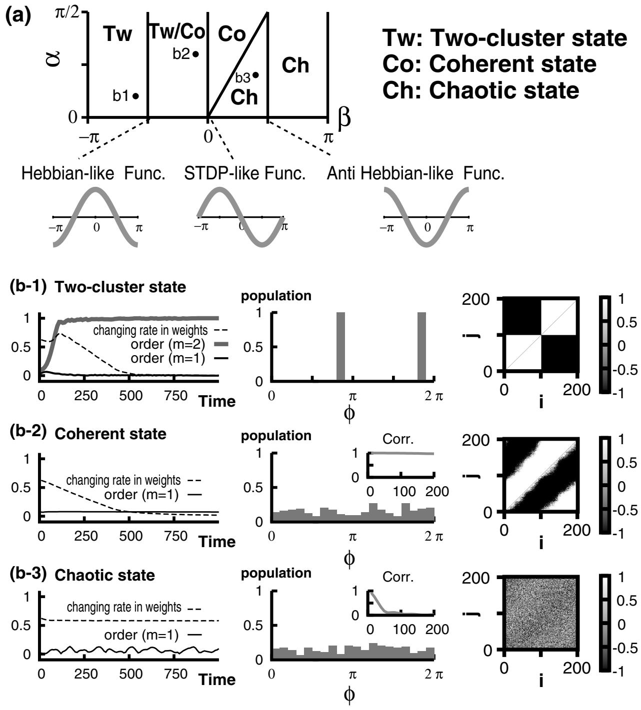

図 2: **(a)** 多体系おける相図 (N=200)。α: シナプス伝達遅れ,β:結合変化則の制御パラメータ。定常状態はTwo-cluster, coherent, chaotic states の 3 状態をとる。下図は各 β に対する $\Lambda(\phi)$ の関数形を示す。**(b)** 各定常状態の典型例。(Left) Order parameter と結合変化量の時間発展。(middle) 位相分布 (t=1000) と位相パターンの自己相関関数。(right) 結合行列 k_{ij} (t=1000)。Index は位相 ϕ_i の昇順に並べている。ϵ=0.005。ϕ_i, k_{ij} の初期状態はランダムにとっている。

3 Results

結果、上記方程式の主要パラメータは α, β の 2 つとなった。そこで理論解析・数値計算により 2 体系及び多体系における定常解の相図を得た (図 2 に多体系のみ示す)。結果として、基本的に結合変化則の制御パラメータ β に依存して、定常解は 3 つに分類されることがわかった。1 つは **two-cluster state** である。$\beta \sim -\pi/2$ にて関数 $\Lambda(\phi)$ が近い位相差を増強する Hebbian-like の場合、2 つの同期した集団が形成される。2 つめは **coherent state with a fixed phase relationship** である。前述のように $\beta \sim 0$ にて関数 $\Lambda(\phi)$ が STDP 関数と似た場合、各振動子は sequential に並んだ状態をとる。このとき phase-pattern が長時間相関を示すことから、この phase sequence、すなわち発火順序系列は系の状態として保持されていることがわかる。3 つめは **chaotic state with frustration** である。$\beta \sim \pi/2$ にて関数 $\Lambda(\phi)$ が近い位相差を逆に減弱する Anti Hebbian-like の場合、phase pattern も結合も固定した定常状態に収束しない。これは図 1 に示すように神経活動と結合変化の間に frustration が生じるためと解釈され、このとき系は chaotic である。 例として 2 素子結合系のカオス軌道を図 3(a) に示す。これは $\Delta\phi(\equiv \phi_1 - \phi_2)$, k_{12}, k_{21} の 3 変数系であるが、確かに正の最大 Lyapunov 指数を示すことを確認している。

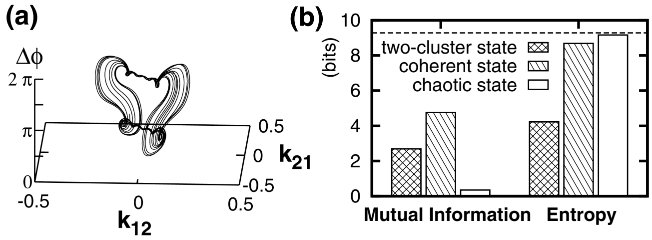

図 3: **(a)** 2 素子結合系におけるカオス軌道。**(b)** 各 3 状態 (b1-b3) における初期位相パターンと最終位相パターンとの相互情報量及び最終位相パターンのエントロピー。点線は最大エントロピーを示す。

これら 3 状態の機能的性質は、情報量の観点から整理できる。図 3(b) に初期位相パターンと最終位相パターンとの相互情報量及び、最終位相パターンのエントロピーを示す。各 3 状態の中で coherent state が最大の相互情報量を与えることがわかる。相互情報量は系の最終状態に初期状態の情報をどれだけ残しているかという指標となるため、coherent state は一種のメモリーとして意義を持つと解釈できる。また two-cluster state も高い相互情報量を持つがエントロピーは低い。これは coherent state が前述のように sequential な状態を保持することと比較して、two-cluster state による状態が二値的であり、取り得る状態が限定されていることを示している。また chaotic state では相互情報量がほぼゼロとなり、最大エントロピーを与えることはカオスの性質を良く反映している。

4 Discussions

以上のように神経活動と結合が相互作用する系について、振動解に注目し数理モデルを構築した。結果シンプルなモデルではあるが 3 タイプの状態をとることが確認され、結合変化則の制御パラメータ β と関連して統一的に理解できる。本モデルは limit cycle 解に限定しつつも構造安定な力学系であり、より広い条件においても同様の現象が確認されると思われる。そのため今後詳細モデルや実験結果に対しても、本結果を手がかりとして現象を整理することで一層の理解が進むことが期待される。

参考文献

[1] E.M. Izhikevich (1998) “Phase models with explicit time delays” Phys. Rev. E, **58**, 905–908.

[2] H. Cateau, K. Kitano and T. Fukai (2008) “Interplay between a phase response curve and spike-timing-dependent plasticity leading to wireless clustering” Phys. Rev. E, **77**, 051909.